


Les tablettes CG 25367 et CG 25368 du Musée du Caire

En 1891, Heinrich Brugsch¹ publiait un article dont le titre « *Die ältesten Rechentafeln* » (les plus anciennes tables de calcul du monde) serait aujourd'hui malvenu car de nombreuses tables de calcul mésopotamiennes, beaucoup plus anciennes, nous sont maintenant connues. L'auteur portait alors à la connaissance des égyptologues deux tablettes de bois du Moyen Empire qu'il avait découvertes, en avril 1891, dans le Musée de Gizeh. Chargé de l'arrangement des collections qui venaient d'être transférées au Musée du Caire², Georges Daressy leur attribuait les références CG 25367 et CG 25368 dans le *Catalogue Général des Antiquités du Musée du Caire*³ publié en 1901. Notons que ces tablettes sont parfois citées d'après le *Journal d'Entrée* : respectivement JE 26441 et JE 26442 ou comme *Tablettes d'Akhmîm* d'après le lieu supposé de leur provenance.

Dans son catalogue, Daressy ne pouvait qu'en donner une description sommaire :

25367. Tablette. — Bois stuqué. — Long. 0 m. 465 mill., larg. 0 m. 26 cent.
Akhmim (pl. LXII-LXIII).

Planche de bois mince, enduite de plâtre sur toutes les faces et dont la surface est polie par application d'une couche de gomme. D'un côté était écrite une lettre, en grande écriture verticale; il n'en reste que peu de chose, cette partie de la tablette ayant perdu son enduit. A gauche est une liste de trente-et-un domestiques , datée de l'an XXVIII d'un roi qui n'est pas nommé.

Au revers sont tracés des exercices de calcul sur la multiplication par nombre entiers et fractionnaires. — Moyen empire.

Bull.: *Journal d'entrée*, n° 26442.

25368. Tablette. — Bois stuqué. — Long. 0 m. 475 mill., larg. 0 m. 25 cent.
Akhmim (pl. LXIII-LXIV).

Tablette analogue à la précédente. Sur une face, vers la gauche, est dressée une liste nominative de domestiques, comprenant vingt-sept personnes; l'espace libre a servi à tracer des exercices de calcul, notamment sur le nombre fractionnaire $1/3$, calculs qui se continuent sur le revers; chaque calcul est répété deux fois.

Cette tablette et la précédente sont écrites de la même main.

Bull.: *Journal d'entrée*, n° 26441.

Toutefois, il nous fournissait quelques informations importantes. Tout d'abord, nous connaissons ainsi la provenance de ces tablettes : Akhmim, ville de la Moyenne Égypte, dont le nom, aujourd'hui, est le plus souvent écrit Akhmîm⁴. Ensuite, ces deux planchettes ont été écrites par le même scribe, au Moyen Empire, en l'an 28 d'un roi qui n'est pas nommé. Cinq

¹ Brugsch, 1891, *Die ältesten Rechentafeln der Welt*. Nous donnons des références bibliographiques plus complètes à la fin de l'article.

² "after the flooding of the first Boulaq museum in 1878, when many objects were washed away or stolen. In 1890, the contents of Boulaq museum were transferred to an annex of the Giza palace of Ismail Pacha" in Saleh, Sourouzian, 1987, *Official catalogue, The Egyptian Museum, Cairo*, p. 3.

³ Daressy, 1901, *Catalogue Général des Antiquités Égyptiennes du Musée du Caire*, n° 25001-25385, *Ostraca*.

⁴ Le nom de cette agglomération a aussi été donné à un papyrus mathématique, écrit en grec, qui date, sans doute, de l'époque byzantine : voir Baillet, 1892, *Le Papyrus mathématique d'Akhmîm*.

ans après avoir dressé son catalogue, à l'occasion de la parution de l'article « Calculs égyptiens du Moyen-Empire », Daressy précise que « *Le roi n'est pas désigné, mais, comme plusieurs souverains de la XII^e dynastie ont régné plus de vingt-huit ans, alors que ce chiffre a été rarement atteint par les rois des dynasties suivantes jusqu'à la XVIII^e, il est probable que le document est contemporain d'un Usertesén ou d'un Amenemhât*⁵ ». Il s'agit, soit du pharaon plus connu sous le nom grec de Sésostris 1^{er} dont la durée de règne a été de 45 ans, soit de l'un des Aménémhat, I, II ou III, qui ont régné respectivement pendant 29, 38 et 45 ans. En fait, la ville d'Akhmîm pouvant être associée⁶ à Sésostris 1^{er}, nous sommes tentés d'arguer en faveur de ce roi et de placer alors la rédaction du document au début du deuxième millénaire⁷. C'est la période habituellement retenue par les égyptologues, situant ainsi ces documents parmi les plus anciens témoignages « mathématiques » qui nous soient parvenus de l'Égypte ancienne. Notons qu'il semble que Daressy ait commis un lapsus⁸ lorsqu'il affirme, contrairement au titre de sa communication, et à la dynastie qu'il considère, que le style de l'écriture ainsi que certains noms des domestiques « *dénotent l'Ancien Empire* ».

Par ailleurs, le caractère scolaire de ces planchettes de bois ne fait aucun doute. Enduites de plâtre sur toutes leurs faces et dont la surface est polie par application d'une couche de gomme, elles étaient principalement utilisées lors de l'apprentissage des différents travaux d'écriture. Ici, concernant les écrits mathématiques, les répétitions de la plupart des exercices sont le témoignage d'une importante activité liée à la copie de textes divers. C'est une tradition de l'Orient qui veut que l'élève doive apprendre en recopiant des exercices. Les autres écrits, lettre ou listes nominatives de domestiques, sont à situer dans le cadre des fonctions que l'élève devra exercer dans sa vie professionnelle. Notons qu'il existe d'autres tablettes qui peuvent être rangées dans le même domaine scolaire. Par exemple les tablettes CG 25369 et 25370 du Musée du Caire comportent pour la première, une liste de produits divers, herbes, raisin, fleurs, vêtements, etc. ... , avec indication du nombre d'unités ou de mesures et pour la seconde une liste de noms de personnes. Toutes ces planchettes « *devaient anciennement être réunies par une ficelle passant dans un trou aménagé au milieu d'un des grands côtés*⁹ ». Ainsi, le précepteur pouvait transporter facilement ce support d'écriture.



Tablette 25367¹⁰

⁵ Daressy, 1906, *Calculs égyptiens du Moyen-Empire*, p. 62.

⁶ Voir, par exemple, Vandersleyen, 1995, *L'Égypte et la vallée du Nil*, t. 2, p. 72.

⁷ Les dates proposées par les historiens diffèrent souvent assez fortement. Ici, en suivant les dates données par Vandersleyen, à savoir 1964-1919 environ, nous obtenons l'année 1936 pour la rédaction des tablettes.

⁸ Daressy a produit plus de 500 articles ou ouvrages. Il se peut qu'il n'ait pas pris le temps de relire. On trouve un exemple analogue lors de la publication, en 1919, de son article « Une mesure égyptienne de 20 *hin* », où, dans le titre nous lisons 20 *hin* alors que l'auteur parle, dans le corps de sa communication, de 40 *hin*. Cette fois, nous devons suivre cette dernière affirmation. Notons qu'à 40 *hin* correspondent une *quadruple-héqat*.

⁹ Daressy, 1906, *Calculs égyptiens du Moyen-Empire*, p. 62.

¹⁰ Daressy, 1901, *Catalogue Général des Antiquités Égyptiennes du Musée du Caire*, p. LXII-LXIII.



Tablette 25368¹¹

Quant aux exercices mathématiques, comme nous le verrons, Daressy est moins heureux lorsqu'il affirme, par exemple, que ceux tracés au revers de la tablette CG 25367 sont relatifs à la multiplication par nombres entiers et fractionnaires. En fait, si l'on désire se placer dans le domaine opératoire, on devrait parler de division et de preuves. Nous nous proposons de les examiner plus en détail.

Peu d'études leur ont été consacrées. Déjà, lors de la publication de son article, Daressy affirmait : « depuis qu'ils ont été signalés, les calculs que portent ces tablettes n'ont pas été étudiés : ils méritent pourtant quelque attention ¹² ». Mais il semblait ignorer les travaux précités de Brugsch ou ceux de F. J. Van den Berg¹³ concernant ces tablettes, ainsi que ceux de Francis Griffith¹⁴ relatifs aux mesures égyptiennes. Il faut attendre un article publié par Eric Peet¹⁵ en 1923 pour que soient mises en évidence certaines erreurs d'interprétation commises par Daressy, fautes qui auraient sans doute été évitées s'il avait consulté l'article de Griffith ou, de manière plus approfondie, le contenu du *Papyrus Rhind* qu'il cite pourtant à la page 72. Notons qu'entre les deux articles de Daressy et de Peet peu d'auteurs s'étaient intéressés à ces tablettes et encore est-ce sous la forme de référence aux articles de Brugsch ou de Daressy : citons¹⁶, Moritz Cantor¹⁷, Friedrich Möller¹⁸ et Kurt Sethe¹⁹, le premier faisant référence à Brugsch et les deux autres à Daressy. Peu après, lors de son édition du *Papyrus Rhind*, Peet²⁰ revient sur le sujet ce qui permettra à Battiscombe Gunn²¹ de commenter ses affirmations. Plus récemment, nous pouvons citer les travaux de Walter Reineke²², de Hana Vyzamlová²³ et de Milo Gardner²⁴. En particulier, H. Vyzamlová effectue une étude plus complète à partir des photographies qui lui ont été aimablement communiquées par le Professeur Fayza Haikal²⁵ de

¹¹ Daressy, 1901, *Catalogue Général des Antiquités Égyptiennes du Musée du Caire*, p. LXIII-LXIV.

¹² Daressy, 1906, *Calculs égyptiens du Moyen-Empire*, p. 62.

¹³ Van den Berg, 1892, *De oudste rekentafels der Wereld*. L'auteur s'appuie sur la publication de Brugsch et il donne les calculs de tiers tout en les exprimant sous la forme de nombres généraux (p. 213).

¹⁴ Griffith, 1892, 1893, *Notes on Egyptian weights and measures*.

¹⁵ Peet, 1923₁, *Arithmetic in the Middle Kingdom*.

¹⁶ Comme pour toute recherche bibliographique sur les mathématiques égyptiennes, ces références sont citées dans l'importante *Bibliography of Egyptian Mathematics* publiée par Raymond Clare Archibald.

¹⁷ Cantor, 1907, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, p. 74.

¹⁸ Möller, 1911, *Die Zeichen für die Bruchteile des Holmasses und das Uzatauge*, p. 99.

¹⁹ Sethe, 1916, *Von Zahlen und Zahlworten*, p. 74, note 2.

²⁰ Peet, 1923₂, *The Rhind Mathematical Papyrus British Museum 10057 and 10058*, p. 7. L'auteur cite Peet, 1923₁, ce qui justifie notre indexation, mais il se peut que l'ordre d'écriture de ces deux documents doive être inversé.

²¹ Gunn, 1926, *The Rhind Mathematical Papyrus by T. Eric Peet*, p. 124.

²² Reineke, 1964, *Die Mathematischen Texte der alten Ägypter*, pp. 97-101.

²³ Vyzamlová, 2002, *The Wooden Tablets from Cairo: The Use of the Grain Unit HqAt in Ancient Egypt*.

²⁴ Gardner, 2005, *Akhmin wooden tablet*.

²⁵ « First of all, I would like to express my thanks to Professor Dr. Fayza Haikal who sent me the photos of the Cairo wooden tablets and thus enabled me to deal with the notable calculations which are recorded on them » : Vyzamlová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo: The Use of the Grain Unit HqAt in Ancient Egypt*, p. 27. Il semble que les planches données par l'auteur soient une transcription hiératique effectuée à partie de

l'Université américaine du Caire. En effet, les planches produites dans le catalogue sont souvent de mauvaise qualité, mais, à la décharge de Daressy, les transcriptions qu'il donne dans son article semblent être assez représentatives du texte que nous étudions. Les transcriptions effectuées par H. Vyzamolová présentent certaines différences que seule la consultation du texte original permettrait de mieux définir. Pour notre part nous proposons un examen exhaustif de ces écrits mathématiques tout en essayant de les situer au mieux à travers l'Art égyptien du calcul sans oublier leur caractère métrologique.

Nous pouvons lire quatorze textes mathématiques présentés de manière opératoire, certains étant répétés plusieurs fois de manière plus ou moins complète avec parfois quelques erreurs. Dans nos références, nous adoptons l'ordre déterminé par H. Vymazalová tout en le faisant précéder de la lettre T. Ainsi T1, T2 et T3 désignent les exercices figurant au revers de la tablette 25367 tandis que T4, T5, T6 et T7 sont écrits à l'avant de la tablette 25368 laissant les 7 derniers, T8 à T14, occuper tout le revers.

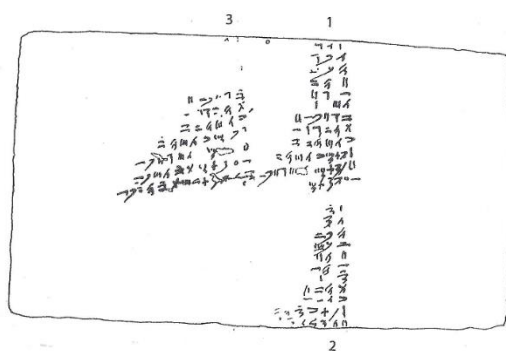


Plate I: The calculations on the tablet 25367.

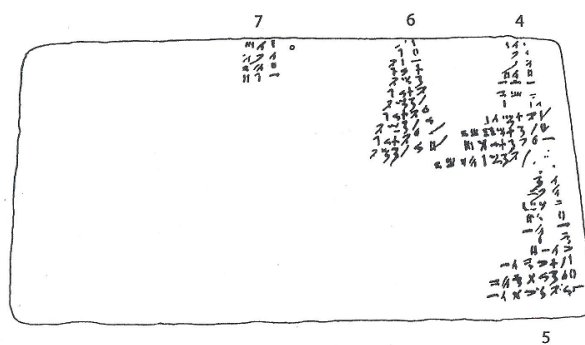


Plate II: The calculations on the tablet 25368. The left side of the tablet which contains the list of names was left empty here.

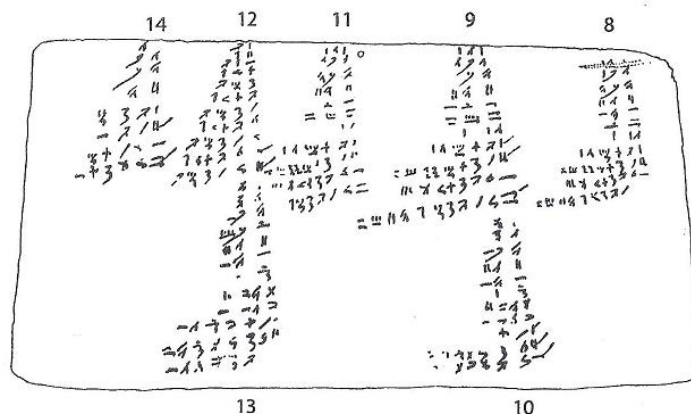


Plate III: The second side of the tablet 25368.

La numérotation des exercices d'après H. Vyzamolová ²⁶

Tous ces écrits numériques sont exempts de toute explication littérale. À l'exception des exercices T6 et T12, ils se résument à une présentation en deux colonnes d'opérations suivies de leur preuve. Compte-tenu de ces dernières nous pouvons aisément réfuter l'opinion de

ces photographies. Que ce soit pour les reproductions fournies par Daressy dans son article ou pour ces dernières, le trait du calame semble être beaucoup plus grossier que celui employé par le scribe comme ceci peut être vérifié à partir des photographies parues dans le catalogue.

²⁶ Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo*, pl. I-III.

Daressy consistant à y voir « *des exercices de calcul sur la multiplication par nombres entiers et fractionnaires* ²⁷ ». En fait, comme nous l'avons dit, d'un point de vue opératoire, nous pouvons considérer qu'il s'agit de divisions, plus exactement, de divisions de 320 par les nombres 7, 10, 11 et 13. Comme 320 est le nombre de *rô* contenus dans une *héqat*, nous sommes tentés de voir dans ces opérations le cadre des mesures de capacité. Ceci est conforté par le fait que les preuves sont écrites avec les *notations spécifiques* propres à ce domaine. Dès lors, les tablettes deviennent un témoignage précieux pour l'étude de l'utilisation des *notations spécifiques* par les scribes égyptiens. Nous savons qu'elles concernent principalement deux unités de mesure de capacité : la *héqat*²⁸ qui vaut approximativement cinq litres et le *rô*²⁹ qui relève le plus souvent de la pharmacopée sachant que 320 *rô* font une *héqat* soit environ 5 litres. De manière traditionnelle, les égyptologues y voient deux sortes de signes : aux premiers correspondent les premiers quantités binaires de la *héqat*, de 1/2 à 1/64, considérés improprement comme étant des parties de l'œil d'Horus tandis que les seconds sont associés aux premiers multiples de *rô*, de 1 à 4 puisque 1/64 d'une *héqat* vaut 5 *rô* d'où une marque particulière pour désigner cette quantité. Cette manière de voir peut être mise en doute. Tout d'abord, Jim Ritter³⁰ vient de montrer que l'interprétation mystique sous la forme de l'œil d'Horus n'avait pas lieu d'être. Ensuite, l'acceptation sous la forme de quantités binaires de la *héqat* peut être discutée. Les *Tablettes du Caire* nous montrent l'importance du passage par les *rô* pour exprimer les résultats à l'aide des *notations spécifiques*. Cette manière de procéder est aussi mise en évidence dans le *Papyrus Rhind* : voir les exemples R66 et R69. Aussi, nous bousculons ici les habitudes en situant ces *notations spécifiques* dans un double ensemble, celui des **quantités binaires** de la *héqat* que nous écrivons en rouge et soulignons par l'indice **h** mais aussi celui des **multiples particuliers de rô** que nous écrivons en bleu et soulignons par l'indice **r**. Voici, d'après la publication de Daressy³¹, les diverses représentations de tous ces signes :

<i>héqat</i>	notation		<i>rô</i>	notation	Tablettes du Caire
1/320	1 _r		1	1 _r	⤵ ⤴
1/160	2 _r		2	2 _r	⤵
3/320	3 _r		3	3 _r	⤵
1/80	4 _r		4	4 _r	⤵
1/64	1/64 _h		5	5 _r	+
1/32	1/32 _h		10	10 _r	3
1/16	1/16 _h		20	20 _r	π
1/8	1/8 _h		40	40 _r	/
1/4	1/4 _h		80	80 _r	⊙
1/2	1/2 _h		160	160 _r	⤵

²⁷ Daressy, 1901, *Catalogue Général des Antiquités Egyptiennes du Musée du Caire*, n° 25001-25385, p. 95

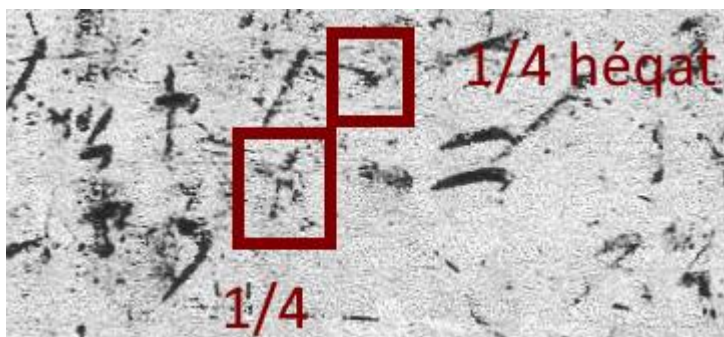
²⁸ Ce terme est aussi écrit *hékat*.

²⁹ Nos options de transcription nous amènent à rendre ce terme sous la forme *rô*. Les égyptologues écrivent plus simplement *ro*.

³⁰ Ritter, 2002, *Closing the Eye of Horus: The Rise and Fall of "Horus-eye Fractions"*.

³¹ Si Daressy donne une correspondance exacte pour les signes allant de 5_r à 160_r, soit de 1/2 à 1/64 d'une *héqat*, il est moins heureux pour les autres, car, par exemple, il continue la considération des quantités binaires de la *héqat* jusqu'à 1/1024.

Toutefois, lors de la preuve de la division par 10, en T14, le scribe commet une erreur. Au lieu de la *notation spécifique* du quart de *héqat*, il écrit la marque classique de la croix signifiant le quart numérique. Sans doute un peu dubitatif, Daressy l'a transcrite sous une forme semblable à la *notation spécifique*. Mais il l'a traduite par 1/4. Or, depuis l'article précité de J. Ritter, nous savons que nous ne connaissons pas de correspondants hiéroglyphiques aux *notations spécifiques*. Bien sûr, il en est de même pour leur appellation. Ainsi, l'erreur du scribe nous montre que sous la *notation spécifique* pour le quart d'une *héqat*, il sait très bien qu'il s'agit du quart numérique de la *héqat*. Autrement dit, ceci conforte l'interprétation des « premières » *notations spécifiques* sous la forme des fractions binaires de la *héqat*.



Enfin, nous pouvons noter que l'examen de diverses traductions, par exemple, celle des textes médicaux, peut laisser voir les options choisies par leurs auteurs. Il en est ainsi de celles qui sont proposées par Thierry Bardinnet et par Tanja Pommerening à propos d'un remède pour la vermine intestinale, recette que l'on trouve dans le *Papyrus Ebers* (Eb. 63 (19, 19-22)). Le premier égyptologue se situe dans une perspective d'utilisation des *rô* :

« Autre (remède) : racine de grenadier, concassée dans de la bière : 5 ro. (Ce) sera laissé au repos dans un vase-hénoû rempli de 15 ro d'eau. Tu te lèveras le matin pour filtrer ceci dans un linge. (Ce) sera bu par l'homme ³²».

Suivant une position opposée, T. Pommerening opte pour les quantités de la *héqat* et même de la *quadruple-héqat*, le soixante-quatrième jouant le rôle d'une nouvelle unité, le *dja* :

« k.t mnj.t nt jnhmn hbq(.w) Hr Hnq.t *1/64 sDr(.w) m hnw (rdj.w) Hr mw *1/32 *1/64

*Ein anderes (Heilmittel) : Wurzel des Granatapfelbaums werde zerstoßen in Bier *1/64 (⁴Hekat) (= 1 Dja), werde nachts stehen-gelassen in einem Hin-Gefäß, werde in Wasser (gegeben) *1/32 *1/64 (⁴Hekat) (= 3 Dja) ³³».*

Il va sans dire que nous pouvons hésiter entre les diverses unités de mesure de capacité : *rô*, *héqat*, *quadruple-héqat* ou encore *dja*. En fait, nous avons seulement des signes numériques métrologiques que seul le contexte et l'époque où ils ont été tracés permet de situer, d'où les diverses options prises par les auteurs pour en rendre compte. Ainsi, à propos de sa traduction des textes médicaux, T. Bardinnet écrit :

« Les Égyptiens notaient les dosages d'une façon particulière, par référence à une mesure appelée *héqat* et qui vaut approximativement 4 litres 80. Des notations comme 1/16 et 1/32 sont donc à lire respectivement 1/16 de *héqat* et 1/32 de *héqat*. Ce système explique pourquoi la somme des fractions données dans chaque recette

³² Bardinnet, 1995, *Les papyrus médicaux de l'Égypte pharaonique*, p. 259.

³³ Pommerening, 2005, *Die altägyptischen Hohlmaße*, p. 199.

*n'est pas égale à un. On utilise encore le ro, qui vaut 1/320 de héqat soit 0,015 litre, et le hénou (ou vase-hénou) qui vaut un dixième du héqat, soit 0,48 litre*³⁴».

Pour terminer, nous pouvons signaler que, dans le *Papyrus médical de Berlin*, d'après Griffith, les notations spécifiques « are marked, like the numerical fractions, with the dot. placed above them »³⁵. L'auteur signale aussi que la croix désigne une nouvelle unité : le *dja* considéré précédemment par T. Pommerening et qui vaut 5 rô.

Nous avons découpé le corpus en plusieurs parties selon un ordre qui nous a paru être plus pédagogique. Ainsi, nous avons d'abord distingué les divisions de 320, puis les preuves présentées et enfin les calculs des tiers.

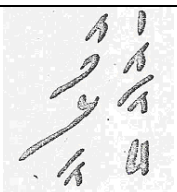
Les divisions de 320 par 7, 10, 11 et 13

De manière plus ou moins complète, les divisions de 320 constituent les débuts des exercices relatifs aux nombres 7, 10, 11 et 13, exemples écrits une ou plusieurs fois. Le reste étant constitué par les preuves. Les erreurs de copie ou les différents manques n'affectent pas la forme générale de la procédure. Il est à noter que le scribe omet presque toujours, dans ces divisions, les traits de sommation ainsi que les points indiquant les quantités et le résultat qui est seulement indiqué dans l'initialisation de la preuve. Lors de nos adaptations commentées et éventuellement corrigées, nous les avons « rétablis ». Toutefois, nous commençons par expliciter les diverses transcriptions données par Daressy et H. Vymazalová assorties de certains commentaires non liés aux procédures suivies par le scribe.

La division de 320 par 10

Nous commençons par la division la plus simple, celle de 320 par 10, qui est, en fait, la dernière selon le classement de H. Vymazalová. Pour Daressy « *Les opérations sur 10 n'ont été faites que deux fois, et l'un des exercices est en partie effacé* »³⁶ tandis que H. Vymazalová affirme « *The calculation is quite easy and the scribe probably did not need to copy it several times. Thus, it occurs only once on the wooden tablets* »³⁷ et elle cite le dernier texte de la tablette 25368, le T14. Après examen des tablettes, c'est elle qui semble avoir raison³⁸.

Transcriptions

Daressy ³⁹	→								
	<table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="text-align: center;">1¹</td> <td style="text-align: center;">10</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">10</td> <td style="text-align: center;">100</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">20</td> <td style="text-align: center;">200</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">20</td> </tr> </table>	1 ¹	10	10	100	20	200	2	20
1 ¹	10								
10	100								
20	200								
2	20								

³⁴ Bardin, 1995, *Les papyrus médicaux de l'Égypte pharaonique*, p. 29.


³⁵ Griffith, 1891₃, *The Metrology of the Medical Papyrus Ebers*, p. 527.

³⁶ Daressy, 1906, *Calculs égyptiens du Moyen-Empire*, p. 66.

³⁷ Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo: The Use of the Grain Unit HqAt in Ancient Egypt*, p. 34.

³⁸ Les deux auteurs donnent le même nombre d'exercices, 14, mais le total des diverses occurrences proposées par Daressy est égal à 15. Il se peut que les tablettes comportent un écrit assez effacé pour qu'il ne le retienne pas. Notons que W. Reineke, en parlant de deux fois, s'appuie sans doute sur l'article de Daressy.

³⁹ Daressy, 1906, *Calculs égyptiens du Moyen-Empire*, p. 66.

H. Vymazalová : T14 ⁴⁰	→	
	1 ¹	10
	10	100
	20	200
	2	20

1 — Nous pouvons observer une différence de transcription, le chiffre 1 de l'initialisation est manquant dans celle produite H. Vymazalová. Daressy a peut-être confondu le trait marquant l'unité avec d'autres marques qui figurent sur la tablette. Mais, les deux auteurs se rejoignent dans la traduction en notant le nombre 1 de l'initialisation.

Adaptation commentée

	1	10	(initialisation)
	\ 10	100	(multiplication par 10)
	\ 20	200	(doublement)
	\ 2	20	(doublement « initial »)
Total	32		320

Pour la technique opératoire mise en œuvre afin de déterminer la partie entière soit, ici, le résultat, nous pouvons distinguer deux procédures susceptibles d'être appliquées. La première peut être la classique technique des *doublements* successifs à partir de l'initialisation. Dans la deuxième, celle choisie par le scribe, la procédure accorde la primauté au multiplicateur 10 aux dépens des *doublements* qui sont néanmoins utilisés par la suite. Nous savons que nous la trouvons aussi dans le *Papyrus Rhind* (voir, par exemple, lors de l'expression du double du quantième $1/23$ dans la multiplication de 23 par 12). Ici, l'avantage est certain puisqu'il facilite, en un certain sens, l'expression ultérieure du résultat à l'aide des *notations spécifiques*. Ainsi, avec notre indexation, à partir des multiplicateurs 20, 10 et 2, nous pouvons en obtenir immédiatement l'expression spécifique en rô 20_r 10_r 2_r ou, en héqat $1/16_h$ $1/32_h$ 2_r .

Les divisions de 320 par 11

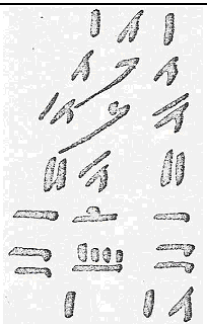
Les autres divisions proposées de 320 sont moins simples, car les diviseurs sont des nombres premiers, à savoir, 7, 11 et 13, qui ne divisent pas exactement 320. Dès lors, l'expression du résultat doit comporter un ou plusieurs inverses d'un multiple de ce nombre premier. Ici, nous avons :


$$320 : 11 = 29 + \frac{1}{11},$$

avec la présence du quantième $1/11$. Rappelons que, dans ces tablettes, le scribe omet les points indiquant les quantième. Nous les avons rétablis tout en indiquant cette modification à l'aide d'une étoile*.

⁴⁰ Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo*, pl. III, T14.

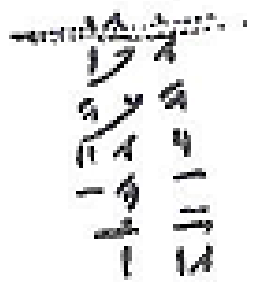
Transcriptions

Daressy ⁴¹	—————→	
	1	11
	10	110
	20	220
	2	22
	4	44
	8	88
	1/11*	1

H. Vymazalová : T4 ⁴²	—————→	
	1	11
	10	1[10] ¹
	20	2[20] ²
	2	22
	4	44
	8	88
	1/11*	1

1 — Le chiffre 10 est omis.

2 — Le chiffre 20 est omis.

H. Vymazalová : T8 ⁴³	—————→	
	1	11
	10	110 ¹
	20	220
	2	12 ²
	4	44 ³
	8	40 ⁴
	1/11*	1

1 — Le chiffre 10 est droit.

2 — Erreur de *doublement* 12 au lieu de 22.


3 — *Doublement* exact ce qui prouve que l'erreur précédente est une erreur de copie.

4 — *Doublement* non achevé : le scribe a écrit 40 au lieu de 88. Le signe pour 80 comporte quatre points ou traits au-dessus d'un trait horizontal.


⁴¹ Daressy, 1906, *Calculs égyptiens du Moyen-Empire*, p. 67.

⁴² Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo*, pl. I, T4.

⁴³ Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo*, pl. III, T8, p. 35.

H. Vymazalová : T9 ⁴⁴	—————→	
	1	11
	10	110
	20	2[20] ¹
	2	22
	4	44
	8	88
	1/11*	1

1 — Le chiffre 20 manque alors qu’il est présent dans l’exercice T8 qui est écrit avant et sur l’exercice T11 qui est disposé à côté. Il semble que Daressy ait choisi cet exemple T9 pour lequel il écrit le chiffre 20. Toutefois, l’écriture de T9 est très pâle⁴⁵ et il se peut que ce chiffre soit, maintenant, partiellement ou même totalement effacé. Toutefois, notons que, sur un même côté de tablette et sur la même « ligne », nous trouvons trois fois le même exercice avec des différences sensibles. Nous sommes en présence d’un travail de copie plus ou moins bien effectué.

H. Vymazalová : T11 ⁴⁶	—————→	
	1	11
	10	110
	20	220
	2	22
	4	4[4] ¹
	8	88
	[1/11*]	1] ²

1 — Le chiffre 4 manque.

2 — Cette ligne est partiellement écrite.

⁴⁴ Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo*, pl. III, T9, p. 36.

⁴⁵ Voir la reproduction photographique dans Daressy, 1901, *Catalogue Général des Antiquités Egyptiennes du Musée du Caire*, n° 25001-25385, *Ostraca*, pl. LXIV.

⁴⁶ Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo*, pl. III, T11, p. 36.

Adaptation commentée

	\ 1	11	(initialisation)
	10	110	(multiplication par 10)
	\ 20	220	(doublement)
	2	22	(doublement « initial »)
	4	44	(doublement)
	\ 8	88	(doublement)
Total partiel	29	319	
Manque		1	
	\ 1/11	1	(inversion « initiale »)
Total	29 1/11	320	

Par rapport à la division simple de 320 par 10, ici, nous avons une partie fractionnaire qui est immédiatement obtenue à partir de l'inversion du nombre initial. D'où le résultat indiqué ci-dessus 29 1/11.










La division de 320 par 7

Les divisions de 320 par les autres nombres premiers 7 et 13 sont encore moins simples car le résultat comporte plusieurs inverses d'un multiple de ce nombre premier. Ici, nous avons

$$320 : 7 = \frac{320}{7} = 45 + \frac{5}{7} = 45 + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14},$$

avec les quantièmes 1/2, 1/7 et 1/14.

Transcriptions

Daressy ⁴⁷	→	
	1	7
	10	70
	20	140
	40	280
	2	12 ¹
	4	24 ¹
	1/7*	1
	1/4 * 1/28*	2
	1/2* 1/14*	4

1 — Comme le remarque Daressy, « *par une étourderie inexplicable* » le scribe a indiqué, à chaque fois, 12 et 24 comme résultats de la multiplication de 7 respectivement par 2 et 4. S'agissant d'un *doublement*, ceci peut surprendre, mais l'auteur double de manière exacte le

⁴⁷ Daressy, 1906, *Calculs égyptiens du Moyen-Empire*, p. 67.

premier nombre puisque 24 est le double de 12. Néanmoins, la suite des calculs est exacte, ce qui prouve qu'il s'agit, d'une erreur de copie.

H. Vymazalová : T2 ⁴⁸	—————▶	
	1	7
	10	70
	20	140
	40	280
	2	12 ¹
	4	24 ¹
	1/7*	1
	1/4 * 1/28*	2
1/2* 1/14*	4	

1 — Erreur commune à tous les exercices.

H. Vymazalová : T5 ⁴⁹	—————▶	
	1	7 ¹
	10	70
	20	140
	40	280
	2	12 ²
	4	24 ²
	1/7*	1
	1/4 * 1/28* ³	2
1/2* 1/14*	4	


1 — Chiffre 7 omis.

2 — Erreur commune à tous les exercices.

3 — Confusions. L'élève a mis des éléments des deux dernières lignes dans une seule et en a oublié certaines parties. Plus précisément, il a omis le multiplicateur 1/4* 1/28 de l'avant-dernière ligne ainsi que le résultat, 4, de la dernière ligne et il a conservé le multiplicateur de la dernière ligne ainsi que le résultat de l'avant-dernière ligne. Sans aucun doute, un néophyte peut difficilement s'apercevoir de sa méprise car il faut savoir que le double de 1/7 vaut 1/4 1/28.

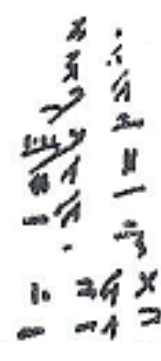
⁴⁸ Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo*, pl. I, T2, p. 33.

⁴⁹ Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo*, pl. II, T5, p. 33.

H. Vymazalová : T10 ⁵⁰	—————→	
	1	7
	10	70
	20	140
	[40	280] ¹
	2	12 ²
	4	24 ²
	1/7*	1
	1/4 * 1/28*	2
	1/2* 1/14*	4

1 — Ligne omise.

2 — Erreur commune à tous les exercices.

H. Vymazalová : T13 ⁵¹	—————→	
	1	7
	10	70
	20	140
	40	280
	2	12 ¹
	4	24 ¹
	1/7*	1
	1/4 * 1/28*	2
	1/2* 1/14*	4

1 — Erreur commune à tous les exercices.

On peut penser que la reproduction donnée par Daressy est celle de l'exercice T2. Nous ignorons si l'erreur commune aux quatre occurrences provient de l'original sur lequel s'appuie l'élève pour effectuer son travail de copie ou de fautes de l'apprenti scribe. Nous pouvons penser que l'élève a travaillé à partir d'un document exact mais qu'il a pu aussi utiliser les différentes copies qu'il avait faites. Toutefois les diverses écritures du chiffre 40, sous la forme d'un trait horizontal surmonté ou non par un trait moins long ou un point montre que cette éventualité peut être rejetée sauf à admettre que l'élève a été peu consciencieux.

⁵⁰ Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo*, pl. III, T10, p. 32.

⁵¹ Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo*, pl. III, T13, p. 32.

Adaptation commentée

	\ 1	7	(initialisation)
	10	70	(multiplication par 10)
	20	140	(doublement)
	\ 40	280	(doublement)
	2	14*	(doublement « initial »)
	\ 4	28*	(doublement)
Total partiel	45	315	
Manque		5	
	\ 1/7	1	(inversion « initiale »)
	1/4* 1/28*	2	(doublement)
	\ 1/2* 1/14*	4	(doublement)
Total	45 1/2 1/7 1/14	320	

Il ne semble pas que le scribe ait attentivement examiné le résultat obtenu, à savoir, $45 \frac{1}{2} \frac{1}{7} \frac{1}{14}$. En effet, il se serait aperçu que, d'une part, la partie entière est 45 et, par suite, le chiffre 5 des unités peut être obtenu par *dédoublément* à partir du *dédoublément* du multiplicateur 10 et, d'autre part, que la partie fractionnaire comporte le quantième $\frac{1}{2}$ qui correspond au *dédoublément* de l'initialisation. La division pourrait se présenter comme suit :

	\ 1	7	(initialisation)
	10	70	(multiplication par 10)
	20	140	(doublement)
	\ 40	280	(doublement)
	\ 5	35	(dédoublément de la multiplication)
	\ 1/2	3 1/2	(dédoublément)
Total partiel	45	318 1/2	
Manque		1 1/2	
	\ 1/7	1	(inversion « initiale »)
	1/14	1/2	(dédoublément)
Total	45 1/2 1/7 1/14	320	

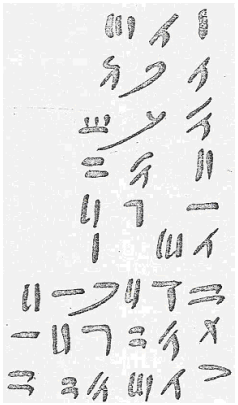
Cette manière de procéder présente deux avantages. D'abord, on obtient immédiatement l'expression du résultat avec les *notations spécifiques*. Ensuite, on évite les erreurs qui ont été commises. Enfin, on n'a pas besoin de connaître l'expression du double du quantième $\frac{1}{7}$. Sans doute, l'élève est resté dans un registre assez classique sans trop se soucier de l'Art égyptien du calcul.

La division de 320 par 13

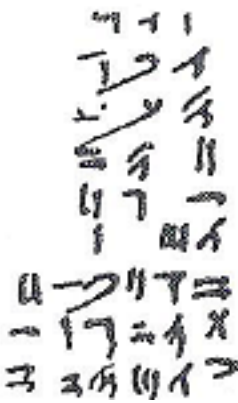
Enfin, la division de 320 par 13 suit la procédure générale mise en œuvre lors de la division de 320 par 7. Ici, nous avons :

$$320 : 13 = \frac{320}{13} = 24 + \frac{8}{13} = 24 + \frac{1}{2} + \frac{1}{13} + \frac{1}{26} \quad \text{et} \quad \frac{1}{13} \times 2 = \frac{2}{13} = \frac{1}{8} + \frac{1}{52} + \frac{1}{104}.$$

Transcriptions

Daressy ⁵²	—————→	
	1	13
	10	130
	20	260
	2	26
	4	52
	1/13*	1
	1/8 * 1/52* 1/104*	2
	1/4* 1/26* 1/52*	4
	1/2* 1/13* 1/26*	8

L'exercice est répété trois fois : T1, T3 et T7. Mais la division figure de manière complète seulement dans le premier exercice, T1. Il semble que la reproduction donnée par Daressy soit, pour le début, celle de T7 et, pour la fin, celle de T1.

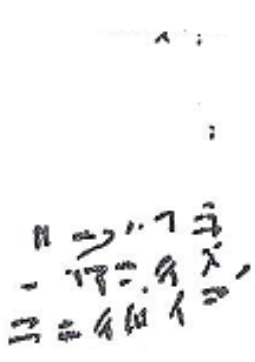
H. Vymazalová : T1 ⁵³	—————→	
	1	13
	10	130
	20	260
	2	26
	4	52
	1/13*	1
	1/8 * 1/52* 1/104*	2
	1/4* 1/26* 1/52* ¹	4
	1/2* 1/13* 1/26*	8

1 — Oubli d'une barre pour 2. La reproduction photographique publiée par Daressy⁵⁴ est illisible à cet endroit de telle sorte qu'il nous est impossible de trancher entre les deux transcriptions.

⁵² Daressy, 1906, *Calculs égyptiens du Moyen-Empire*, p. 67.


⁵³ Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo*, pl. III, T1, p. 38.

⁵⁴ Daressy, 1901, *Catalogue Général des Antiquités Égyptiennes du Musée du Caire*, n° 25001-25385, *Ostraca*, pl. LXIII.

H. Vymazalová : T3 ⁵⁵	—————▶	
	[1	13
	10	130
	20	260
	2	26
	4	52
	1/13*	1] ¹
	1/8 * 1/52* 1/104*	2
	1/4* 1/26* 1/52*	4
	\ ² 1/2* 1/13* 1/26*	8

1 — Les six premières lignes sont effacées.

2 — C'est l'unique fois où le scribe a tracé un trait de sommation dans le cadre de la division.

H. Vymazalová : T7 ⁵⁶	—————▶	
	1	13
	10	130
	[20	260] ¹
	2	26
	4	52
	[1/13*	1
	1/8 * 1/52* 1/104*	2
	1/4* 1/26* 1/52*	4
	1/2* 1/13* 1/26*	8] ²

1 — Cette ligne est omise.

2 — Les quatre dernières lignes sont omises. Il se peut que l'omission de la troisième ligne ait conduit l'élève à ne pas poursuivre davantage son travail de copie⁵⁷.

⁵⁵ Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo*, pl. III, T3, p. 37.

⁵⁶ Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo*, pl. III, T7, p. 38.

⁵⁷ Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo*, pl. III, T7, p. 38.

Adaptation commentée

	1	13	(initialisation)
	10	130	(multiplication par 10)
	\ 20	260	(doublement)
	2	26	(doublement « initial »)
	\ 4	52	(doublement)
Total partiel	24	312	
Manque		8	
	1/13	1	(inversion « initiale »)
	1/8* 1/52* 1/104*	2	
	1/4* 1/26* 1/52*	4	
	\ 1/2* 1/13* 1/26*	8	
Total	24 1/2 1/13 1/26	320	

Comme pour les exercices relatifs à la division de 320 par 7, nous pouvons dire qu'il ne semble pas que le scribe ait attentivement examiné le résultat obtenu, à savoir, $24 \frac{1}{2} \frac{1}{13} \frac{1}{26}$. En effet, il se serait aperçu que la partie fractionnaire comporte le quantième $\frac{1}{2}$ qui correspond au *dédoublé* de l'initialisation. La division pourrait se présenter comme suit :

	1	13	(initialisation)
	10	130	(multiplication par 10)
	\ 20	260	(doublement)
	2	26	(doublement de l'initialisation)
	\ 4	52	(doublement)
	\ 1/2	6 1/2	(dédoublé)
Total partiel	24 1/2	318 1/2	
Manque		1 1/2	
	\ 1/13	1	(inversion « initiale »)
	\ 1/26	1/2	(dédoublé)
Total	24 1/2 1/13 1/26	320	

Cette manière de procéder présente l'avantage d'éviter de connaître l'expression du double du quantième $\frac{1}{13}$. Sans doute, l'élève est resté dans un registre assez classique sans se soucier de l'Art égyptien du calcul.

Généralisation de la division de 320 par un entier

La division par 3 que nous examinerons ultérieurement et la division par 5 qui conduit à un résultat immédiat étant mises à part, nous pouvons considérer que le scribe a pris en compte les premiers nombres impairs significatifs, à savoir, 7, 11 et 13, pour ne pas parler des nombres premiers. La procédure employée est assez générale. Compte-tenu des preuves qui sont explicitées dans le cadre des *notations spécifiques*, on peut l'appliquer à la division de 320 par tout entier inférieur ou égal à 31. Dès lors, la partie entière du résultat étant supérieure à 10, il peut être naturel de prendre le nombre 10 comme premier multiplicateur. Ensuite, par

doubléments successifs soit à partir de ce 10, soit à partir de l'initialisation, on peut obtenir les résultats qui permettront de déterminer la partie entière. En quelque sorte, l'utilisation de la technique classique des *doubléments successifs* est moins recommandée. En fait, comme nous le remarquerons lors des preuves, l'établissement des expressions à l'aide des *notations spécifiques* est ainsi rendu plus aisé.

Il n'en demeure pas moins, que, dans ce cadre, le scribe n'a pas considéré le multiplicateur 5 qui, pour les preuves, revient à introduire la *notation spécifique* $1/64_h$ ou 5_r . Nous avons pu le mettre en évidence pour la division par 7, mais ceci est aussi valable pour le nombre 11.

Nous avons pu aussi constater que le scribe ne prenait pas en compte le multiplicateur $1/2$ et ceci pour les nombres 7 et 13, nombre qui figure pourtant dans l'expression du résultat. Dans les deux cas, ceci permet d'éviter de connaître les *expressions des doubles de quantités*.

L'obtention de la partie « fractionnaire » obéit à la procédure classique qui consiste à s'appuyer sur l'inversion du nombre « initial » suivi, éventuellement, de *doubléments successifs*. Elle peut nécessiter, alors, la connaissance de l'expression des doubles de certains quantités.

Ces quelques remarques nous amènent à penser que le scribe n'a pas cherché à mettre en œuvre la « meilleure » procédure possible. Autrement dit, il ne s'est pas situé dans la pratique de l'Art égyptien du calcul. Ainsi, s'il avait voulu diviser 320 par 3, nombre considéré par le scribe sous la forme du tiers, il aurait pu opérer comme suit :

	1	3	(initialisation)
		première étape	
	10	30	(multiplicateur 10)
\	20	60	(<i>doublement</i>)
	40	120	(<i>doublement</i>)
\	80	240	(<i>doublement</i>)
		deuxième étape	
\	2	6	(<i>doublement</i> « initial »)
\	4	12	(<i>doublement</i>)
		troisième étape	
Total	106	318	
Manque		2	
		quatrième étape	
	$1/3$	1	(inversion « initiale »)
\	$2/3$	2	(<i>doublement</i>)
Aussi, pour la division de 320 par 31, il pourrait opérer comme suit :			
	1	31	(initialisation)
		première étape	
\	10	310	(multiplicateur 10)
		deuxième étape	
		troisième étape	
Total	10	310	
Manque		10	
		quatrième étape	
	$1/31$	1	(inversion « initiale »)
\	$1/20$ $1/124$ $1/155$	2	(<i>doublement</i> et R2/31)
	$1/10$ $1/62$ $1/90$ $1/558$	4	(<i>doublement</i> et R2/pq)
\	$1/5$ $1/31$ $1/45$ $1/279$	8	(<i>doublement</i>)

Mais nous préférons

	1	31	(initialisation)
		première étape	
\	10	310	(multiplicateur 10)
		deuxième étape	
	1/2	15 1/2	(<i>dédoublement</i>)
\	1/4	7 1/2 1/4	(<i>dédoublement</i>)
		troisième étape	
Total	10 1/4	317 1/2 1/4	
Manque		2 1/4	
		quatrième étape	
	1/31	1	(inversion « initiale »)
\	1/20 1/124 1/155	2	(<i>doublement</i> et R2/31)
\	1/124	1/4	(inversion-multiplication)

Au lieu de $10 \frac{1}{5} \frac{1}{20} \frac{1}{31} \frac{1}{124} \frac{1}{155} \frac{1}{279}$, nous obtenons $10 \frac{1}{4} \frac{1}{20} \frac{1}{52} \frac{1}{155}$, expression plus simple du résultat et ceci sans l'utilisation du double du quantième $\frac{1}{155}$. Notons qu'en appliquant les *dédouplements* successifs, nous pouvons obtenir une solution assez semblable : $10 \frac{1}{4} \frac{1}{16} \frac{1}{124} \frac{1}{496}$. Nous avons autant de quantième mais le dernier, à savoir, $\frac{1}{496}$, est « petit ».

Les preuves des divisions de 320

Les preuves des divisions de 320 sont présentées sous un même « modèle ». Le résultat implicite qui ne figurait pas dans les divisions qui précèdent, est écrit à l'aide des *notations spécifiques* et la multiplication associée est effectuée à l'aide de *doubléments successifs*. Cette fois, le scribe met les « tirets d'addition » mais il se garde bien de fournir d'autres explications concernant principalement l'obtention de l'expression « *spécifique* » ainsi que la totalisation. En fait, comme le montre notre convention d'écriture, l'expression à l'aide des *notations spécifiques* est immédiate puisqu'il suffit d'utiliser les multiplicateurs adéquats de la division qui a été effectuée précédemment. Autrement dit, l'introduction comme premier multiplicateur du nombre 10 est ici fort judicieuse. Non seulement elle permet d'aboutir rapidement au résultat cherché mais elle conduit presque immédiatement à son expression « *spécifique* » : il suffit, le cas échéant d'utiliser la *notation spécifique* 5_r. Notons que cette marque intervient aussi dans l'expression « *spécifique* » de certains *doubléments*. Rappelons que nous utilisons une double notation pour les *notations spécifiques* des mesures de capacité : en **bleu** et avec l'indice **r** pour les mesures en **rô** et en **rouge** pour les **quantièmes binaires** de la **héqat** avec l'indice **h**. Notons que, dans sa thèse, W. Reineke propose une adaptation mettant en évidence d'une part, les deux unités de capacité qu'il nomme d'après la transcription savante et, d'autre part, la sommation soulignée par le signe +. Ainsi, notre *expression spécifique*, en rô, 20_r 10_r 2_r devient, pour nous, $\frac{1}{16_h} \frac{1}{32_h} 2_r$ et $\frac{1}{16} \frac{1}{32} \text{hqA.t} + 2 \text{ ro}$ pour W. Reineke. H. Vymazalová agit de même.

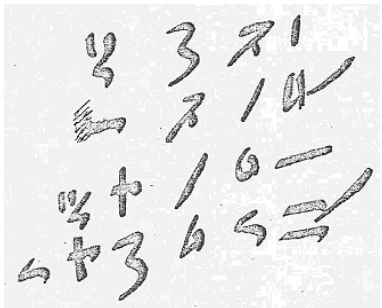
La preuve de la division par 10

La division de 320 par 10 montre implicitement que le résultat est égal à 32, ce nombre étant la somme des multiplicateurs 20, 10 et 2 :

$$32 = 20 + 10 + 2.$$

Nous en déduisons immédiatement l'*expression spécifique* du résultat en rô 20_r 10_r 2_r soit, en *héqat*, $\frac{1}{16_h} \frac{1}{32_h} 2_r$, écrite par le scribe comme initialisation de la preuve.

Transcriptions

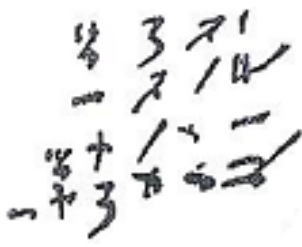
Daressy ⁵⁸	→
	\ 1 20 _r 10 _r 2 _r 1/16 _h 1/32 _h 2 _r
	\ 2 40 _r 20 _r 4 _r 1/8 _h 1/16 _h 4 _r
	4 80 _r 40 _r 5 _r 3 _r 1/4 _h 1/8 _h 1/64 _h 3 _r
	\ 8 160 _r 80 _r 10 _r 5 _r 1 _r 1/2 _h 1/4 _h ¹ 1/32 _h 1/64 _h 1 _r

1 — Au lieu de la *notation spécifique* du quart de *héqat*, le scribe a écrit la marque de la croix signifiant classiquement le quart numérique. Daressy l'a transcrit sous une forme semblable à la *notation spécifique*. Mais il l'a traduite par 1/4. Rappelons que cette erreur du scribe peut justifier l'interprétation des « premières » *notations spécifiques* sous la forme des fractions binaires de la *héqat*.

Les transcriptions des *notations spécifiques* par Daressy sont très fautes. Par exemple, pour le résultat de la division de 320 par 10, à savoir, 1/16_h 1/32_h 2_r, il donne :

$$\frac{1}{16} \frac{1}{32} \frac{1}{192}$$

Ses erreurs proviennent des mauvaises transcriptions des quantités de *rô*, ici, 1/192 *héqat* au lieu de 2 *rô* soit 1/160 *héqat*. Nous les avons corrigées.

Vymazalová : T14 ⁵⁹	→
	\ 1 20 _r 10 _r 2 _r 1/16 _h 1/32 _h 2 _r
	\ 2 40 _r 20 _r 4 _r 1/8 _h 1/16 _h 4 _r
	4 80 _r 40 _r 5 _r 3 _r 1/4 _h 1/8 _h 1/64 _h 3 _r
	\ 8 160 _r 80 _r 10 _r 5 _r 1 _r 1/2 _h 1/4 _h 1/32 _h 1/64 _h 1 _r

⁵⁸ Daressy, 1906, *Calculs égyptiens du Moyen-Empire*, p. 66.

⁵⁹ Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo, T14*, pl. III, p. 34.

H. Vymazalová se contente d'écrire, sans les indices, les fractions de la *héqat* puis les quantités de *rô*. Par exemple, pour la première ligne


$$\frac{1}{16} \frac{1}{32} 2.$$

Adaptation en rô commentée

1	20 _r 10 _r 2 _r	(initialisation)
\ 2	40 _r 20 _r 4 _r	(doublement)
4	80 _r 40 _r 5 _r 3 _r	(doublement)
\ 8	160 _r 80 _r 10 _r 5 _r 1 _r	(doublement)

Il est évident qu'en considérant des multiples de *rô*, la totalisation est facile à effectuer. Toutefois, nous devons noter que notre transcription à l'aide de l'indexation et de la valeur en *rô* permet immédiatement cette vision des opérations. Mais, que ce soit pour les *doublements*, ou pour la sommation des diverses marques numériques, le scribe doit savoir exprimer les résultats afférents. Par exemple, ce que nous traduisons par

$$20_r + 20_r = 20_r \times 2 = 40_r,$$

correspond au remplacement de  par .

Adaptation en héqat commentée

1	1/16 _h 1/32 _h 2 _r	(initialisation)
\ 2	1/8 _h 1/16 _h 4 _r	(doublement)
4	1/4 _h 1/8 _h 1/64 _h 3 _r	(doublement)
\ 8	1/2 _h 1/4 _h 1/32 _h 1/64 _h 1 _r	(doublement)

La remarque précédente est tout aussi valable. Que ce soit pour les *doublements*, ou pour la sommation des diverses marques numériques, le scribe doit savoir exprimer les résultats afférents. Par exemple, ce que nous traduisons par

$$1/16_h + 1/16_h = 1/16_h \times 2 = 1/8_h,$$

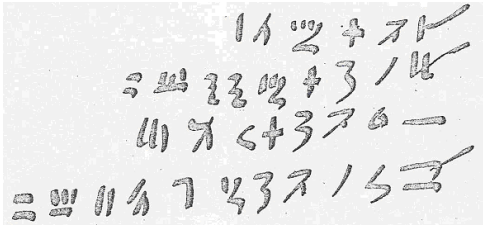
correspond au remplacement de  par .

Les preuves de la division de 320 par 11

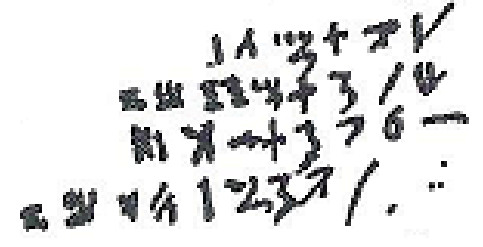
La division de 320 par 11 montre implicitement que le résultat est égal à 29 1/11, la partie entière de ce nombre étant la somme des multiplicateurs 20, 8 et 1 :

$$20 + 8 + 1 = 29.$$

Nous en déduisons les expressions « spécifiques » en rô 20_r 5_r 4_r 1/11, soit, en *héqat*, 1/16_h 1/64_h 4_r 1/11 écrite par le scribe à la première ligne de la preuve en utilisant la *notation spécifique* 5_r ou 1/64_h

Daressy ⁶⁰	→	
	\ 1	20 _r 5 _r 1/16 _h 1/64 _h 4 _r 1/11
	\ 2	40 _r 10 _r 5 _r 3 _r 1/6 1/66 1/8 _h 1/32 _h 1/64 _h 3 _r 1/6 1/66
	4	80 _r 20 _r 10 _r 5 _r 1 _r [1/3] 1/33 1/4 _h 1/16 _h 1/32 _h 1/64 _h 1 _r [1/3] 1/33
	\ 8	160 _r 40 _r 20 _r 10 _r 2 _r 2/3 1/22 1/66 1/2 _h 1/8 _h 1/16 _h 1/32 _h 2 _r 2/3 1/22 1/66

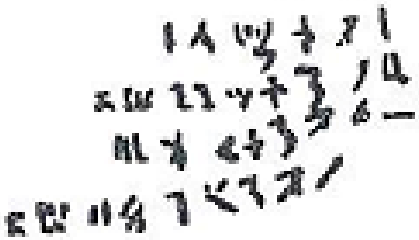
Dans les quatre occurrences de ce type de preuve, le scribe a omis de recopier le tiers pour le multiplicateur 4. Mais, ce quantième est bien doublé dans la ligne suivante. Voici, ce qu'il en est dans l'exercice T4 où, en plus, le début de la quatrième ligne manque ou est effacé :

Vymazalová : T4 ⁶¹	→	
	\ 1	20 _r 5 _r 1/16 _h 1/64 _h 4 _r 1/11
	\ 2	40 _r 10 _r 5 _r 3 _r 1/6 1/66 1/8 _h 1/32 _h 1/64 _h 3 _r 1/6 1/66
	4	80 _r 20 _r 10 _r 5 _r 1 _r [1/3] 1/33 1/4 _h 1/16 _h 1/32 _h 1/64 _h 1 _r [1/3] 1/33
	\ 8	160 _r] 40 _r 20 _r 10 _r 2 _r 2/3 1/22 1/66 1/2 _h] 1/8 _h 1/16 _h 1/32 _h 2 _r 2/3 1/22 1/66

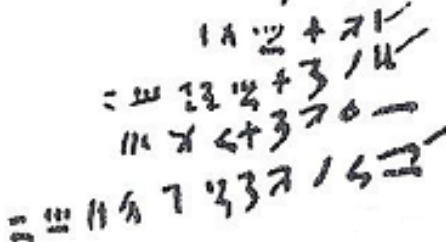
Curieusement, il en est de même dans l'exercice T8

⁶⁰ Daressy, 1906, *Calculs égyptiens du Moyen-Empire*, p. 67.

⁶¹ Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo, T14*, pl. II, p. 35.

Vymazalová : T8 ⁶²	→	
	1	$20_r 5_r$ $1/16_h 1/64_h 4_r 1/11$
	2	$40_r 10_r 5_r 3_r 1/6 1/66$ $1/8_h 1/32_h 1/64_h 3_r 1/6 1/66$
	4	$80_r 20_r 10_r 5_r 1_r [1/3] 1/33$ $1/4_h 1/16_h 1/32_h 1/64_h 1_r [1/3] 1/33$
	[\ 8	$160_r] 40_r 20_r 10_r 2_r 2/3 1/22 1/66$ $1/2_h] 1/8_h 1/16_h 1/32_h 2_r 2/3 1/22 1/66$

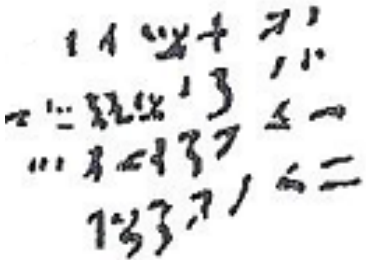
L'exercice T9 qui le suit est le seul qui soit complet à l'omission commune près :

Vymazalová : T9 ⁶³	→	
	\ 1	$20_r 5_r$ $1/16_h 1/64_h 4_r 1/11$
	\ 2	$40_r 10_r 5_r 3_r 1/6 1/66$ $1/8_h 1/32_h 1/64_h 3_r 1/6 1/66$
	4	$80_r 20_r 10_r 5_r 1_r [1/3] 1/33$ $1/4_h 1/16_h 1/32_h 1/64_h 1_r [1/3] 1/33$
	\ 8	$160_r 40_r 20_r 10_r 2_r 2/3 1/22 1/66$ $1/2_h 1/8_h 1/16_h 1/32_h 2_r 2/3 1/22 1/66$

Enfin, l'exercice T11 n'est pas achevé et il manque les signes de sommation :

⁶² Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo*, T14, pl. II, p. 35.

⁶³ Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo*, T14, pl. II, p. 36.

Vymazalová : T11 ⁶⁴		→
	1	20 _r 5 _r 1/16 _h 1/64 _h 4 _r 1/11
	2	40 _r 10 _r 5 _r 3 _r 1/6 1/66 1/8 _h 1/32 _h 1/64 _h 3 _r 1/6 1/66
	4	80 _r 20 _r 10 _r 5 _r 1 _r [1/3] 1/33 1/4 _h 1/16 _h 1/32 _h 1/64 _h 1 _r [1/3] 1/33
	8	160 _r 40 _r 20 _r 10 _r 2 _r 2/3 [1/22 1/66] 1/2 _h 1/8 _h 1/16 _h 1/32 _h 2 _r 2/3 [1/22 1/66]

Adaptation en rô commentée

1	20 _r 5 _r	(initialisation)
\ 2	40 _r 10 _r 5 _r 3 _r 1/6 1/66	(doublement)
4	80 _r 20 _r 10 _r 5 _r 1 _r 1/3 1/33	(doublement)
\ 8	160 _r 40 _r 20 _r 10 _r 2 _r 2/3 1/22 1/66	(doublement)

Adaptation en héqat commentée

1	1/16 _h 1/64 _h 4 _r 1/11	(initialisation)
\ 2	1/8 _h 1/32 _h 1/64 _h 3 _r 1/6 1/66	(doublement)
4	1/4 _h 1/16 _h 1/32 _h 1/64 _h 1 _r 1/3 1/33	(doublement)
\ 8	1/2 _h 1/8 _h 1/16 _h 1/32 _h 2 _r 2/3 1/22 1/66	(doublement)

La remarque précédente est tout aussi valable. Que ce soit pour les *doublements*, ou pour la sommation des diverses marques numériques, le scribe doit savoir exprimer les résultats afférents. Par exemple, ce que nous traduisons par

$$1/16_h + 1/16_h = 1/16_h \times 2 = 1/8_h,$$

correspond au remplacement de  par .

Les *doublements* montrent la pratique des relations que nous trouvons dans le *Papyrus Rhind*, à savoir, en termes d'aujourd'hui :

$$R2/11 : \frac{1}{11} \times 2 = \frac{1}{6} + \frac{1}{66} \quad \text{et} \quad R2/33 : \frac{1}{33} \times 2 = \frac{1}{22} + \frac{1}{66},$$

⁶⁴ Vymazalová, 2002. The Wooden Tablets from Cairo, T14, pl. II, p. 36.

puis la simplification concernant le double de l'inverse d'un nombre pair, soit ici

$$\frac{1}{6} \times 2 = \frac{1}{3} \quad \text{et} \quad \frac{1}{66} \times 2 = \frac{1}{33}.$$

Cette fois, la totalisation est moins simple. En effet, dans les documents qui nous sont parvenus de l'Égypte ancienne, nous ne trouvons pas l'égalité que nous pouvons traduire comme suit :

$$\frac{1}{11} + \frac{1}{22} + \frac{1}{33} = \frac{1}{6}.$$

Autrement dit, il se peut que le scribe doive utiliser la méthode des *auxiliaires numériques*, technique mise en œuvre dans le *Papyrus Rhind*, sorte de palliatif à notre réduction au même dénominateur. Ici, ceci reviendrait à choisir 33 comme référent commun, le pendant de notre dénominateur commun et à exprimer, souvent en rouge, les quantités 1/11, 1/22 et 1/33 en quantités de trente-troisièmes

1/11	1/22	1/33		1/6
3	1 1/2	1	total	5 1/2


$$\frac{1}{33} \times \left(5 + \frac{1}{2}\right) = \left(5 + \frac{1}{2}\right) : 33 = \frac{1}{6}.$$

La preuve de la division de 320 par 7

La division de 320 par 7 montre, implicitement, que le résultat est égal à $45 \frac{1}{2} \frac{1}{7} \frac{1}{14}$, la partie entière de ce nombre étant la somme des multiplicateurs 40, 4 et 1 :

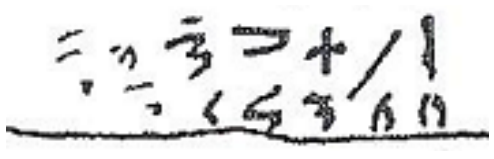
$$45 = 40 + 4 + 1.$$

Nous en déduisons l'expression « spécifique » en rô, $40_r \ 5_r \ \frac{1}{2} \ \frac{1}{7} \ \frac{1}{14}$ soit, en héqat, $\frac{1}{8}_h \ \frac{1}{64}_h \ \frac{1}{2} \ \frac{1}{7} \ \frac{1}{14}$ écrite par le scribe à la première ligne de la preuve en utilisant la notation spécifique 5_r ou $\frac{1}{64}_h$:


Daressy ⁶⁵	→
	\ 1 $40_r \ 5_r \ \frac{1}{2} \ \frac{1}{7} \ \frac{1}{14}$ $\frac{1}{8}_h \ \frac{1}{64}_h \ \frac{1}{2} \ \frac{1}{7}^* \ \frac{1}{14}$
	\ 2 $80_r \ 10_r \ 1_r \ \frac{1}{4} \ \frac{1}{7}^* \ \frac{1}{28}$ $\frac{1}{4}_h \ \frac{1}{32}_h \ 1_r \ \frac{1}{4} \ \frac{1}{7}^* \ \frac{1}{28}$
	\ 4 $160_r \ 20_r \ 2_r \ \frac{1}{2} \ \frac{1}{4} \ \frac{1}{14}^* \ [\frac{1}{28}^*]$ $\frac{1}{2}_h \ \frac{1}{16}_h \ \frac{1}{2} \ \frac{1}{4} \ \frac{1}{14}^* \ [\frac{1}{28}^*]$

Ici, encore, nous avons une omission commune. Elle concerne le quantième final $\frac{1}{28}^*$. Mais il peut y en avoir d'autres. Par exemple, dans la première occurrence, en T2, la preuve n'est pas terminée, le scribe écrit au bas de la tablette :


⁶⁵ Daressy, 1906, *Calculs égyptiens du Moyen-Empire*, p. 65.

Vymazalová : T2 ⁶⁶	→	
	[\] 1	40 _r 5 _r 1/2 1/7* 1/14 1/8 _h 1/64 _h 1/2 1/7* 1/14
	[\] 2	80 _r 10 _r 1 _r 1/4 [1/7* 1/28] 1/4 _h 1/32 _h 1 _r 1/4 [1/7* 1/28]
	[\] 4	160 _r 20 _r 2 _r 1/2 1/4 1/14* 1/28* 1/2 _h 1/16 _h 2 _r 1/2 1/4 1/14* 1/28*

L'exercice T5 est le plus complet, mais il manque aussi les traits de sommation :

Vymazalová : T5 ⁶⁷	→	
	[\] 1	40 _r 5 _r 1/2 1/7* 1/14 1/8 _h 1/64 _h 1/2 1/7* 1/14
	[\] 2	80 _r 10 _r 1 _r 1/4 1/7* 1/28 1/4 _h 1/32 _h 1 _r 1/4 1/7* 1/28
	[\] 4	160 _r 20 _r 2 _r 1/2 1/4 1/14* [1/28*] 1/2 _h 1/16 _h 2 _r 1/2 1/4 1/14* [1/28*]

Dans l'exemple T10, la première ligne est aussi concernée, la fin manque :

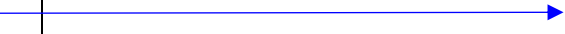

Vymazalová : T10 ⁶⁸	→	
	\ 1	40 _r 5 _r [1/2 1/7* 1/14] 1/8 _h 1/64 _h [1/2 1/7* 1/14]
	\ 2	80 _r 10 _r 1 _r 1/4 1/7* 1/28 1/4 _h 1/32 _h 1 _r 1/4 1/7* 1/28
	\ 4	160 _r 20 _r 2 _r 1/2 1/4 [1/14* 1/28*] 1/2 _h 1/16 _h 2 _r 1/2 1/4 [1/14* 1/28*]

⁶⁶ Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo*, T2, pl. I, p. 33.

⁶⁷ Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo*, T14, pl. II, p. 33.

⁶⁸ Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo*, T14, pl. III, p. 32.

Enfin, lors de l'exercice T13, les traits de sommation sont absents et le début de la dernière ligne l'est aussi :

Vymazalová : T13 ⁶⁹		
	[\] 1	40 _r 5 _r 1/2 1/7* 1/14 1/8 _h 1/64 _h 1/2 1/7* 1/14
	[\] 2	80 _r 10 _r 1 _r 1/4 1/7* 1/28 1/4 _h 1/32 _h 1 _r 1/4 1/7* 1/28
	[\] 4	160 _r] 20 _r 2 _r 1/2 1/4 1/14* [1/28*] 1/2 _h] 1/16 _h 2 _r 1/2 1/4 1/14* [1/28*]

Adaptation en rô *commentée*

1	40 _r 5 _r 1/2 1/7 1/14	(initialisation)
\ 2	80 _r 10 _r 1 _r 1/4 1/7 1/28	(doublement)
4	160 _r 20 _r 2 _r 1/2 1/4 1/14 1/28	(doublement)

Adaptation en héqat *commentée*

1	1/8 _h 1/64 _h 1/2 1/7 1/14	(initialisation)
\ 2	1/4 _h 1/32 _h 1 _r 1/4 1/7 1/28	(doublement)
4	1/2 _h 1/16 _h 2 _r 1/2 1/4 1/14 1/28	(doublement)

Les *doublements* montrent la pratique des relations que nous trouvons dans le *Papyrus Rhind*, à savoir, ici, en termes d'aujourd'hui, lors de l'expression du double du quantième 1/7 :

$$\frac{1}{7} \times 2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{28},$$

puis, la simplification concernant le double de l'inverse d'un nombre pair, soit :

$$\frac{1}{2} \times 2 = 1, \quad \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{14} \times 2 = \frac{1}{7}, \quad \frac{1}{28} \times 2 = \frac{1}{14}.$$

Cette fois, la totalisation peut reposer sur l'égalité que nous pouvons traduire comme suit :

$$\frac{1}{7} + \frac{1}{14} + \frac{1}{28} = \frac{1}{4}.$$

Nous trouvons cette égalité dans le *Rouleau de cuir* et elle est implicitement utilisée dans le *Papyrus Rhind* en R2/97.

Cette preuve nous fournit un renseignement digne d'intérêt pour la considération des *notations spécifiques*. En effet, ici, nous avons l'introduction de 1/16_h, soit, 5_r que nous aurions pu obtenir immédiatement à partir d'une conduite de la division de 320 par 7 utilisant le

⁶⁹ Vymazalová, 2002. The Wooden Tablets from Cairo, T13, pl. III, p. 32.

dédoublément du multiplicateur 10. Par ce rejet qui semble être général, le scribe nous montre peut-être la « limite » des *notations spécifiques* des premières quantités de rô : 1_r, 2_r, 3_r et 4_r. Ensuite les quantités binaires de la *héqat* prendraient le relais puisque le soixante-quatrième correspond à 5 rô. En quelque sorte, pour le scribe, dans la division de 320 par un entier, la considération éventuelle du multiplicateur 5 présente peu d'intérêt car le résultat correspondant peut être obtenu à l'aide de deux *doubléments* :

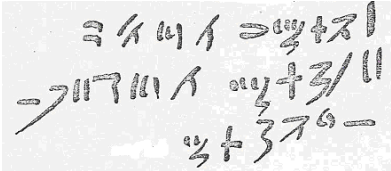
$$1 + 4 = 5 .$$

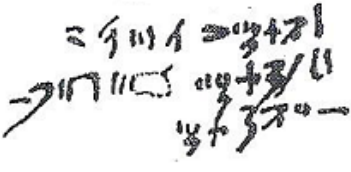
Les preuves de la division de 320 par 13

La division de 320 par 13 montre implicitement que le résultat est égal à $24 \frac{1}{2} \frac{1}{13} \frac{1}{26}$, la partie entière de ce nombre étant la somme des multiplicateurs 20 et 4 :

$$24 = 20 + 4 .$$

Nous en déduisons l'expression « spécifique » en rô, 20_r 4_r 1/2 1/13* 1/26* soit, en *héqat*, 1/16_h 4_r 1/2 1/13* 1/26* écrite de manière erronée par le scribe à la première ligne d'une des preuves. Il a ajouté 1/64_h soit, encore, 5_r, et bien sûr a continué sur la base de ce résultat. Mais, s'étant sans doute aperçu de son erreur, il s'est arrêté au milieu de la troisième ligne. Cette preuve incomplète se présente comme suit :

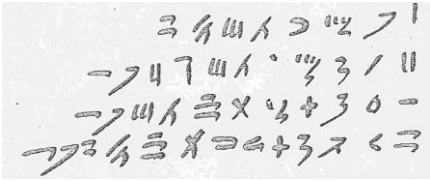
Daressy ⁷⁰		→
	[\] 1	20 _r 5 _r * 4 _r 1/2 1/13* 1/26* 1/16 _h 1/64 _h * 4 _r 1/2 1/13* 1/26*
	2	40 _r 10 _r * 5 _r 4 _r 1/13 1/52* 1/104* 1/8 _h 1/32 _h * 1/64 _h 4 _r 1/13 1/52* 1/104*
	[\] 4	80 _r 20 _r * 10 _r 5 _r 3 _r 1/4 _h 1/16 _h * 1/32 _h 1/64 _h 3 _r
	[\] 8	160 _r 20 _r 10 _r 5 _r 1 _r 1/2 1/4 1/8* 1/26* 1/104* 1/2 _h 1/16 _h 1/32 _h 1/64 _h 1 _r 1/2 1/4 1/8* 1/26* 1/104*]

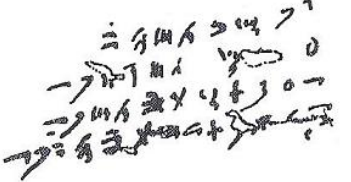
Vymazalová : T1 ⁷¹		→
	[\] 1	20 _r 5 _r * 4 _r 1/2 1/13* 1/26* 1/16 _h 1/64 _h * 4 _r 1/2 1/13* 1/26*
	2	40 _r 10 _r * 5 _r 4 _r 1/13 1/52* 1/104* 1/8 _h 1/32 _h * 1/64 _h 4 _r 1/13 1/52* 1/104*
	[\] 4	80 _r 20 _r * 10 _r 5 _r 3 _r 1/4 _h 1/16 _h * 1/32 _h 1/64 _h 3 _r
	[\] 8	160 _r 20 _r 10 _r 5 _r 1 _r 1/2 1/4 1/8* 1/26* 1/104* 1/2 _h 1/16 _h 1/32 _h 1/64 _h 1 _r 1/2 1/4 1/8* 1/26* 1/104*]

⁷⁰ Daressy, 1906, *Calculs égyptiens du Moyen-Empire*, p. 38.

⁷¹ Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo*, T13, pl. I, p. 32.

La deuxième preuve est complète et elle devrait se présenter comme suit :

Daressy ⁷²	→
	[\]1 20 _r 4 _r 1/2 1/13* 1/26* 1/16 _h 4 _r 1/2 1/13* 1/26*
	[\]2 40 _r 5 _r 4 _r 1/13 1/52* 1/104* 1/8 _h 1/64 _h 4 _r 1/13 1/52* 1/104*
	[\]4 80 _r 10 _r 5 _r 3 _r 1/4 1/8* 1/13* 1/104* 1/4 _h 1/32 _h 1/64 _h 3 _r 1/4 1/8* 1/13* 1/104*
	[\]8 160 _r 20 _r 10 _r 5 _r 1 _r 1/2 1/4 1/8* 1/26* 1/104* 1/2 _h 1/16 _h 1/32 _h 1/64 _h 1 _r 1/2 1/4 1/8* 1/26* 1/104*

Vymazalová : T3 ⁷³	→
	[\]1 20 _r 4 _r 1/2 1/13* 1/26* 1/16 _h 4 _r 1/2 1/13* 1/26*
	[2] 40 _r 5 _r] 4 _r 1/13 1/52* 1/104* 1/8 _h 1/64 _h 4 _r 1/13 1/52* 1/104*
	[\]4 80 _r 10 _r 5 _r 3 _r 1/4 1/8* 1/13* 1/104* 1/4 _h 1/32 _h 1/64 _h 3 _r 1/4 1/8* 1/13* 1/104*
	[\]8 160 _r 20 _r 10 _r 5 _r 1 _r 1/2 1/4 1/8* 1/26* 1/104* 1/2 _h 1/16 _h 1/32 _h 1/64 _h 1 _r 1/2 1/4 1/8* 1/26* 1/104*

Il s'agit cette fois de l'exercice T3 dont le début de la division manque mais dont la preuve est assez complète (seuls sont absents les traits de sommation) :

Les deux transcriptions du début de la deuxième ligne sont fort différentes. Nous pouvons constater que la dernière ligne est exacte. En revanche il n'en est peut-être pas de même pour les deuxième et troisième lignes. Concernant cette dernière, nous pouvons nous interroger sur le signe qui indique les unités de *rô*. Il semble que le scribe ait écrit 2_r mais l'accent est assez éloigné du « support » de sorte que l'on peut penser à la valeur exacte, 3_r. Quant à la deuxième ligne, le début est difficile à lire. Pourtant, Daressy transcrit sans difficulté en considérant l'introduction de 1/32_h soit 10_r en lieu et place de 1/64_h soit 5_r que l'élève aurait dû écrire.

⁷² Daressy, 1906, *Calculs égyptiens du Moyen-Empire*, p. 38.

⁷³ Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo, T3*, pl. I, p. 38.

Adaptation en rô commentée

	1	20 _r 4 _r 1/2 1/13* 1/26*	(initialisation)
\	2	40 _r 5 _r 4 _r 1/13 1/52* 1/104*	(doublement)
	4	80 _r 10 _r 5 _r 3 _r 1/4 1/8* 1/13* 1/104*	(doublement)
\	8	160 _r 20 _r 10 _r 5 _r 1 _r 1/2 1/4 1/8* 1/26* 1/104*	(doublement)

Adaptation en héqat commentée

\	1	1/16 _h 4 _r 1/2 1/13* 1/26*	(initialisation)
\ 2	\ 2	1/8 _h 1/64 _h 4 _r 1/13 1/52* 1/104*	(doublement)
4	4	1/4 _h 1/32 _h 1/64 _h 3 _r 1/4 1/8* 1/13* 1/104*	(doublement)
\ 8	\ 8	1/2 _h 1/16 _h 1/32 _h 1/64 _h 1 _r 1/2 1/4 1/8* 1/26* 1/104*	(doublement)

Les *doublements* montrent la pratique des relations que nous trouvons dans le *Papyrus Rhind*, à savoir, ici, en termes d'aujourd'hui, d'après l'expression du double du quantième 1/13 :

$$\frac{1}{13} \times 2 = \frac{1}{8} + \frac{1}{52} + \frac{1}{104},$$

puis la simplification concernant le double de l'inverse d'un nombre pair, soit ici

$$\frac{1}{2} \times 2 = 1, \quad \frac{1}{26} \times 2 = \frac{1}{13}, \quad \frac{1}{52} \times 2 = \frac{1}{26}, \quad \frac{1}{104} \times 2 = \frac{1}{52},$$

et, enfin l'addition des inverses égaux de nombres pairs

$$\frac{1}{26} + \frac{1}{26} = \frac{1}{13} \quad \text{et} \quad \frac{1}{52} + \frac{1}{52} = \frac{1}{26}.$$

Comme pour la preuve de la division par 7, la totalisation est moins simple :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{13} + \frac{1}{26}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{104}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{26} + \frac{1}{104}\right) = \\ & = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{13} + \frac{1}{13}\right) + \left(\frac{1}{26} + \frac{1}{26}\right) + \left(\frac{1}{104} + \frac{1}{104}\right) = \\ & = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{52} + \frac{1}{104}\right) + \frac{1}{13} + \frac{1}{52} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \left(\frac{1}{13} + \frac{1}{26} + \frac{1}{104}\right). \end{aligned}$$

En effet, nous ne trouvons pas, dans les documents qui nous sont parvenus, l'égalité que nous pouvons traduire comme suit :

$$\frac{1}{13} + \frac{1}{26} + \frac{1}{104} = \frac{1}{8}.$$

Autrement dit, il semble que le scribe doive utiliser, ici aussi, la méthode des *auxiliaires numériques*. Mais nous ne devons pas oublier, que des procédures semblables ont pu conduire à l'obtention de telles égalités : voir, ici, par exemple, la multiplication de 1/13 par 13.

Toutefois, il s'avère que, théoriquement, toutes les relations que nous avons mises en évidence ont la même forme particulière : s'il existe des entiers naturels non nuls n , a et b tels que

$$n = 2^{a+b} + 2^a + 1,$$

alors, nous avons :

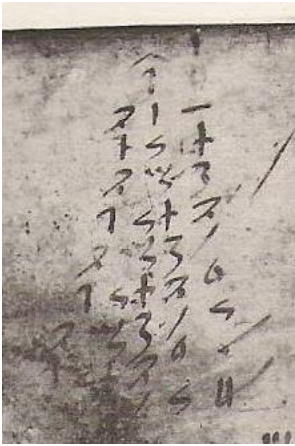
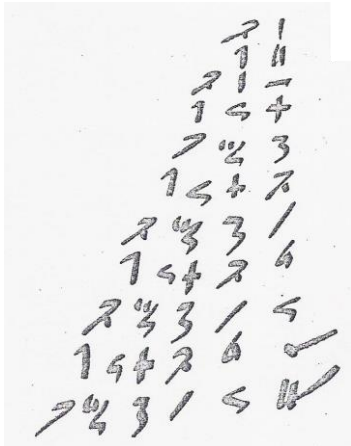
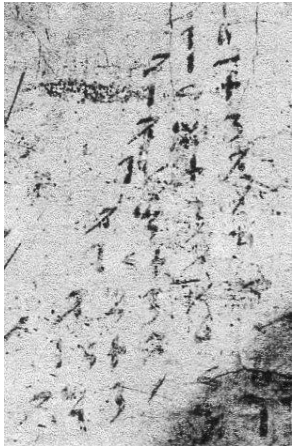
$$\frac{1}{n} + \frac{1}{2^b n} + \frac{1}{2^{a+b} n} = \frac{2^{a+b} + 2^a + 1}{2^{a+b} n} = \frac{n}{2^{a+b} n} = \frac{1}{2^{a+b}}.$$

Il va sans dire que ces considérations théoriques trouvent leurs applications dans la sommation des résultats correspondants aux divers *dédoubléments* effectués par le scribe et non pas dans l'utilisation d'une telle formule générale. Nous avons, par exemple, aussi,

$$\frac{1}{11} + \frac{1}{44} + \frac{1}{88} = \frac{1}{8}.$$

La « table » des tiers

Les « derniers » écrits qu'il nous reste à examiner, T6 et T12, sont deux copies identiques et sans erreur d'un même exercice. Nous lisons donc deux fois le même texte et ce dans la tablette 25368, l'un à l'avant et l'autre au revers. Nous pouvons considérer qu'il s'agit d'une « table » de mesures de capacité, le scribe écrivant surtout des correspondances entre les *notations spécifiques* et leurs tiers, sans oublier la *héqat* et son double. Mais l'hypothèse d'un exercice semblable aux autres écrits n'est pas à exclure totalement.

Daressy : T6 ⁷⁴	Daressy ⁷⁵	Daressy : T12 ⁷⁶
		

Nous pouvons observer qu'à la cinquième ligne, Daressy a omis de transcrire le petit trait qui permet de distinguer $1/3$ de $2/3$. C'est aussi le cas pour la dernière ligne. À ce sujet, on peut se demander si le scribe n'a pas confondu les deux signes lorsque nous les comparons à ceux que nous lisons dans le *Fragment UC 32160 d'El-Lahoun* écrit aussi, au *Moyen Empire* :

⁷⁴ Daressy, 1901, *Catalogue Général des Antiquités Egyptiennes du Musée du Caire*, n° 25001-25385, Ostraca, pl. LXIII.

⁷⁵ Daressy, 1906, *Calculs égyptiens du Moyen-Empire*, p. 64.

⁷⁶ Daressy, 1901, *Catalogue Général des Antiquités Egyptiennes du Musée du Caire*, n° 25001-25385, Ostraca, pl. LXIV.

Tablette : 2/3



1/3



Fragment : 2/3



1/3



Vymazalová : T6 ⁷⁷	Vymazalová : T12 ⁷⁸
<p>6</p>	<p>12</p>

Adaptations

Adaptation en rô		Adaptation en héqat	
1	1/3	1	1/3
2	2/3	2	2/3
4	1 1/3	4	1 1/3
5 _r	1 _r 2/3	1/64 _h	1 _r 2/3
10 _r	3 _r 1/3	1/32 _h	3 _r 1/3
20 _r	5 _r 1 _r 2/3	1/16 _h	1/64 _h 1 _r 2/3
40 _r	10 _r 3 _r 1/3	1/8 _h	1/32 _h 3 _r 1/3
80 _r	20 _r 5 _r 1 _r 2/3	1/4 _h	1/16 _h 1/64 _h 1 _r 2/3
160 _r	40 _r 10 _r 3 _r 1/3	1/2 _h	1/8 _h 1/32 _h 3 _r 1/3
\ 1	80 _r 20 _r 5 _r 1 _r 2/3	\ 1	1/4 _h 1/16 _h 1/64 _h 1 _r 2/3
\ 2	160 _r 40 _r 10 _r 3 _r 1/3	\ 2	1/2 _h 1/8 _h 1/32 _h 3 _r 1/3

Selon une habitude certaine, le scribe n'explicite pas complètement le cadre de cet exercice. Par exemple, dans la première colonne, le chiffre 1 de la première ligne n'a pas la même signification que celui de l'avant dernière ligne, l'un se rapporte à une quantité de rô tandis que pour l'autre c'est une héqat qui doit être considéré. Par ailleurs, en dehors des deux traits de sommation qui signifient, ici, que l'on considère 3 héqat, au début, le scribe n'a pas

⁷⁷ Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo*, T12, pl. II, p. 30.

⁷⁸ Vymazalová, 2002. *The Wooden Tablets from Cairo*, T12, pl. III, p. 31.

voulu prendre en compte 3 rô. Sans doute ceci aurait permis de percer le secret des tiers qui sont retenus pour ce texte. Autrement dit, pour notre part, nous aurions préféré que le scribe ajoute quelques précisions qu'avec nos notations spécifiques en *héqat* nous pouvons écrire comme suit

1 _r	1/3
2 _r	2/3
3 _r	1 _r
4 _r	1 _r 1/3
.....
\ 1 _h	1/4 _h 1/16 _h 1/64 _h 1 _r 2/3
\ 2 _h	1/2 _h 1/8 _h 1/32 _h 3 _r 1/3
3 _h	1 _h

Ainsi, nous pouvons noter qu'un tiers de 4 rô vaut 1_r 1/3 tandis qu'un tiers d'une *héqat* vaut 1/4_h 1/16_h 1/64_h 1_r 2/3.

Pour l'établissement de cette « table », les opérations sont immédiates. En effet, pour les premières lignes, il suffit d'ajouter 1/3 tandis que, pour les autres, c'est le *doublement* qui doit être retenu. En fait, pour ce dernier, nous avons à doubler, d'une part, 1_r 2/3 ce qui donne immédiatement 3_r 1/3 comme résultat et, d'autre part, ce résultat ce qui donne lieu à une expression qui est plus complexe car on doit faire intervenir une autre *notation spécifique* qui permet d'écrire 1/64_h 1_r 2/3 ou 5_r 1_r 2/3 :

$$\left(1_r + \frac{2}{3}\right) \times 2 = 3_r + \frac{1}{3} \quad \text{et} \quad \left(3_r + \frac{1}{3}\right) \times 2 = 5_r + 1_r + \frac{2}{3} = \left(\frac{1}{64}\right)_h + 1_r + \frac{2}{3} .$$

Voici, en termes d'aujourd'hui, la forme générale que nous pouvons donner à cette hypothèse (nous donnons seulement les expressions en rô)

première étape : ajouts successifs de 1/n

1	1/n	(initialisation)
2	2/n	(ajout de 1/n)
3	3/n	(ajout de 1/n)
4	4/n	(ajout de 1/n)
5	5/n	(ajout de 1/n)

deuxième étape : expression de 1/64_h ou 5_r à l'aide des *notations spécifiques*

5 _r	*5/n
----------------	------

troisième étape : expression des « autres quantités binaires »

10 _r	*10/n	(doublement)
20 _r	*20/n	(doublement)
40 _r	*40/n	(doublement)
80 _r	*80/n	(doublement)
160 _r	*160/n	(doublement)
320 _r	*320/n	(doublement)

Ainsi, pour $1/7$, on peut écrire :

	<i>première étape</i> : ajouts successifs de $1/7$	
1	$1/7$	(initialisation)
2	$1/4 \ 1/28$	(ajout de $1/7$ et $R2/7$)
3	$1/4 \ 1/7 \ 1/28$	(ajout de $1/7$)
4	$1/2 \ 1/14$	(ajout de $1/7$)
5	$1/2 \ 1/7 \ 1/14$	(ajout de $1/7$)
	<i>deuxième étape</i> : expression de 5_r à l'aide des <i>notations spécifiques</i>	
5_r	$1/2 \ 1/7 \ 1/14$	
	<i>troisième étape</i> : expression des « autres quantités binaires »	
10_r	$1_r \ 1/4 \ 1/7 \ 1/28$	(doublement, $R2/7$)
20_r	$2_r \ 1/2 \ 1/4 \ 1/14 \ 1/28$	(doublement, $R2/7$)
40_r	$5_r \ 1/2 \ 1/7 \ 1/14$	(doublement, $R2/7$)
80_r	$10_r \ 1_r \ 1/4 \ 1/7 \ 1/28$	(doublement, $R2/7$)
160_r	$20_r \ 2_r \ 1/2 \ 1/4 \ 1/14 \ 1/28$	(doublement)
320_r	$40_r \ 5_r \ 1/2 \ 1/7 \ 1/14$	(doublement)

Cet exercice montre l'importance du choix des expressions « binaires » pour les doubles des quantités : ici, pour le double de $1/7$ nous avons $1/4$ et $1/28$ qui sont les inverses de multiples de quatre donc donnent des résultats simples lors des *doublements successifs*. Notons que l'expression $R2/7$ donnée dans le *Papyrus Rhind* figure dans les exercices correspondants. Autrement dit, les deux algorithmes sont aisément mis en œuvre. Examinons maintenant ce qu'il en est pour 10. Nous avons :

	<i>première étape</i> : ajouts successifs de $1/10$	
1	$1/10$	(initialisation)
2	$1/5$	(ajout de $1/10$ et simplifications)
3	$1/5 \ 1/10$	(ajout de $1/10$ et simplifications)
4	$1/3 \ 1/15$	(ajout de $1/10$ et $R2/5$)
5	$1/2$	(ajout de $1/10$ et simplifications)
	<i>deuxième étape</i> : expression de 5_r à l'aide des <i>notations spécifiques</i>	
5_r	$1/2$	
	<i>troisième étape</i> : expression des « autres quantités binaires »	
10_r	1_r	(doublement)
20_r	2_r	(doublement)
40_r	4_r	(doublement)
80_r	$5_r \ 3_r$	(doublement)
160_r	$10_r \ 5_r \ 1_r$	(doublement)
320_r	$20_r \ 10_r \ 2_r$	(doublement)

Cette fois nous devons utiliser $R2/5$, ce qui n'était pas le cas dans l'exercice copié par l'élève ainsi que la double simplification de $1/10 \ 1/15$ en $1/6$ et de $1/3 \ 1/6$ en $1/2$, alors que le résultat semble évident.

L'examen du cas de l'entier 11 donne lieu aussi à quelques complications :

	<i>première étape</i> : ajouts successifs de 1/11	
1	1/11	(initialisation)
2	1/6 1/66	(ajout de 1/11 et R2/11)
3	1/6 1/11 1/66	(ajout de 1/11)
4	1/3 1/33	(ajout de 1/11 et R2/11)
5	1/3 1/11 1/33	(ajout de 1/11)
	<i>deuxième étape</i> : expression de 5_r à l'aide des <i>notations spécifiques</i>	
5_r	1/3 1/11 1/33	
	<i>troisième étape</i> : expression des « autres quantités binaires »	
10_r	2/3 1/6 1/66 1/22 1/66	(doublement, R2/11, R2/33)
	2/3 1/6 1/22 1/33	(simplification)
20_r	1_r 1/3 1/3 1/11 1/22 1/66	(doublement, R2/33)
	1_r 2/3 1/11 1/22 1/66	(simplification)
40_r	2_r 1_r 1/3 1/6 1/66 1/11 1/33	(doublement, R2/11)
	3_r 1/2 1/11 1/33 1/66	(simplifications)
80_r	5_r 1_r 1_r 1/6 1/66 1/22 1/66 1/33	(doublement, R2/11, R2/33)
	5_r 2_r 1/6 1/11 1/66	(simplifications)
160_r	10_r 4_r 1/3 1/6 1/66 1/33	(doublement, R2/11)
	10_r 4_r 1/2 1/33 1/66	(simplification)
320_r	20_r 5_r 3_r 1_r 1/22 1/66 1/33	(doublement, R2/33)
<	20_r 5_r 4_r 1/11	(simplifications)>

Nous retrouvons les « outils » utilisés lors de la preuve donnée lors de l'application de la première méthode : *expressions du double des quantités* 1/11 et 1/33 et de la simplification de 1/22 1/33 1/66 en 1/11 sans oublier le *doublement* des inverses de nombres pairs. Il n'en demeure pas moins qu'ici, l'expression « spécifique » du onzième de la *héqat* est obtenue au prix de tous ces « artifices ».

Reste à examiner le cas du nombre 13 qui pourrait se présenter comme suit :

	<i>première étape</i> : ajouts successifs de 1/13	
1	1/13	(initialisation)
2	1/8 1/52 1/104	(ajout de 1/13 et R2/13)
3	1/8 1/13 1/52 1/104	(ajout de 1/13)
4	1/4 1/26 1/52	(ajout de 1/13 et simplifications)
5	1/4 1/13 1/26 1/52	(ajout de 1/13)
	<i>deuxième étape</i> : expression de 5_r à l'aide des <i>notations spécifiques</i>	
5_r	1/4 1/13 1/26 1/52	
	<i>troisième étape</i> : expression des « autres quantités binaires »	
10_r	1/2 1/8 1/52 1/104 1/13 1/26	(doublement, R2/13)
20_r	1_r 1/4 1/26 1/52 1/8 1/52 1/104 1/13	(doublement, R2/13)
	1_r 1/2 1/26	(simplifications et R2/13)
40_r	2_r 1_r 1/13	(doublement)
	3_r 1/13	(simplification)
80_r	5_r 1_r 1/8 1/52 1/104	(doublement, R2/13)
160_r	10_r 2_r 1/4 1/26 1/52	(doublement)
320_r	20_r 4_r 1/2 1/13 1/26	(doublement)>

Nous retrouvons l'intérêt des expressions en quantités pairs pour les doubles des quantités. Ici, 1/8, 1/52 et 1/104 sont des inverses de multiples de quatre ce qui facilite encore plus l'expression de leurs doubles successifs. De plus, nous parvenons alors au seul quantième 1/33

dont le double est connu. Mises à part certaines simplifications « classiques », nous pouvons constater que la mise en œuvre de la deuxième technique est aussi simple que celle de la première. Elle est peut-être même plus simple si nous considérons que, pour le multiplicateur 20_r , nous pouvons ne pas utiliser la simplification de $1/13$ $1/26$ $1/104$ en $1/8$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} + \frac{1}{26} + \frac{1}{52} + \frac{1}{8} + \frac{1}{52} + \frac{1}{104} + \frac{1}{13} &= \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{26} + \left(\frac{1}{52} + \frac{1}{52}\right) + \frac{1}{104} = \\ \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \left(\frac{1}{26} + \frac{1}{26}\right) + \frac{1}{104} &= \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \left(\frac{1}{13} + \frac{1}{13}\right) + \frac{1}{104} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{52} + \frac{1}{104}\right) + \frac{1}{104} = \\ \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8}\right) + \frac{1}{52} + \left(\frac{1}{104} + \frac{1}{104}\right) &= \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{52} + \frac{1}{52}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{26}. \end{aligned}$$

Il est clair que l'on abandonne ainsi la suite des notations des premières quantités de *rô* pour aborder sans doute au quantième binaire $1/64$ de *héqat*. Rappelons que nous retrouvons le même processus lors des écritures classiques numériques : on passe des barres permettant d'écrire les premiers chiffres à une notation particulière pour le chiffre 5. Autrement dit, cette « table » ne nous permet pas de distinguer 5_r de $1/64_h$.

Bien entendu, comme Peet⁷⁹ suivi par W. Reineke⁸⁰, nous pouvons considérer que le scribe cherche le tiers d'une *héqat* d'une manière différente, en remplaçant nos première et deuxième étapes par la multiplication de $1/3$ par 5 ce qui en facilite les calculs mais n'en élimine pas moins les autres étapes où les divers *doubléments* obligent à effectuer des opérations et des réductions semblables. Autrement dit, lorsque nous les prenons dans leur totalité, les calculs afférents aux deux méthodes sont assez semblables. Seule la considération des signes particuliers pour le un-tiers et le deux-tiers et la présentation tabulaire justifie peut-être le traitement de ce type d'exercice avec le procédé qui a été retenu.

Notons que les égyptologues évoquent souvent l'utilisation d'une « *table de deux-tiers* » dont aucun témoignage explicite ne nous est parvenu et nous savons, qu'en général, les scribes obtiennent le tiers à partir du deux-tiers. Ici, l'introduction du seul un-tiers peut surprendre. Toutefois, la fin du texte nous permet d'affirmer que l'expression du deux-tiers d'une *héqat* est, $1/2_h$ $1/8_h$ $1/32_h$ 3_r $1/3$ ou 160_r 40_r 10_r 3_r $2/3$.

Ayant exprimé le tiers des *notations spécifiques* ainsi que le septième, le dixième, le onzième et le treizième d'une *héqat*, en utilisant les *doubléments* et les *dédoubléments*, nous pouvons⁸¹ donner les expressions « *spécifiques* » de tous les quantième de la *héqat* compris entre $1/2$ et $1/16$. Par exemple, à partir du dixième, 20_r 10_r 2_r , par *dédoublement*, nous obtenons le cinquième, 40_r 20_r 4_r , puis, à l'aide des tiers, le quinzième : $[(10_r$ 3_r $1/3)$ $(5_r$ 1_r $2/3)$ $(1_r$ $1/3)]$ soit, après simplifications, 20_r 1_r $1/3$.

La division « directe » d'une *héqat* par un entier

Les *Tablettes du Caire* nous donnent à voir deux méthodes. Toutes les deux consistent à opérer à partir de l'unité de capacité la plus petite, à savoir, le *rô*, d'où la division de 320 par l'entier considéré pour l'une et l'initialisation par l'inverse de ce quantième pour l'autre. Hier, comme aujourd'hui lorsque nous opérons à partir de nos heures et minutes, il est plus utile d'opérer à partir de la plus petite unité, à savoir, la minute, lorsqu'il s'agit de diviser une durée exprimée en heures et minutes. Ceci n'a sans doute pas échappé aux scribes égyptiens. La division « directe » d'une *héqat* par un entier est, en général, « plus difficile » à mettre en œuvre

⁷⁹ Peet, 1923, *Arithmetic in the Middle Kingdom*, pp. 94-95.

⁸⁰ Reineke, 1964, *Die Mathematischen Texte der alten Ägypter*, pp. 97-98.

⁸¹ Voir Gunn, 1926, *The Rhind Mathematical Papyrus* by T. Eric Peet, p. 124.

lorsque l'on désire exprimer le résultat avec les *notations spécifiques*. Prenons l'exemple de l'entier 11. Nous savons que le onzième d'une *héqat* s'exprime spécifiquement sous la forme $1/16_h$ $1/64_h$ 4_r $1/11$ ou 20_r 5_r 4_r $1/11$. Il s'agit donc de retrouver « directement » ce résultat. Un scribe pourrait effectuer comme suit la division de 1 par 11 en utilisant le procédé classique des *dédouplements successifs* poursuivi jusqu'au dernier quantième binaire ayant une *notation spécifique*, à savoir, $1/64$:

	1	11	(initialisation)
	1/2	5 1/2	(dédouplement)
	1/4	2 1/2 1/4	(dédouplement)
	1/8	1 1/4 1/8	(dédouplement)
\	1/16	1/2 1/8 1/16	(dédouplement)
	1/32	1/4 1/16 1/32	(dédouplement)
\	1/64	1/8 1/32 1/64	(dédouplement)
	<i>manque</i>	1/8 1/64	
	1/11	1	(inversion)
\	1/88	1/8	(inversion-multiplication)
\	1/704	1/64	(inversion-multiplication)

Désirant voir aussi figurer les *rô*, la solution la plus simple consiste à opérer comme avec nos heures et minutes et transformer le *manque*, à savoir, ici, $1/8$ $1/64$ d'une *héqat*, en *rô*, soit, 40_r 5_r , c'est-à-dire 45 *rô* et à diviser alors 45 par 11, ce qui conduit au résultat 4_r $1/11$ et permet d'achever les calculs. Il va sans dire qu'il existe une solution « directe » beaucoup plus compliquée lorsque l'on cherche à utiliser le plus possible les *notations spécifiques* en tant que multiplicateurs. Nous pourrions avoir :

	1	11	(initialisation)
	*1/2	5 1/2	(dédouplement)
	*1/4	2 1/2 1/4	(dédouplement)
	*1/8	1 1/4 1/8	(dédouplement)
\	*1/16	1/2 1/8 1/16	(dédouplement)
	*1/32	1/4 1/16 1/32	(dédouplement)
\	*1/64	1/8 1/32 1/64	(dédouplement)
	1/10 de 1/64	1/80 1/320 1/640	(« division par 10 »)
	1/5 de 1/64	1/40 1/160 1/320	(doublement)
	1	1/40 1/160 1/320	(notation spécifique pour 1/320 d'une héqat)
	2	1/20 1/80 1/160	(doublement)
\	4	1/10 1/40 1/80	(doublement)
	1/11 (de <i>héqat</i>)	1	(inversion initiale)
\	1/11 (de <i>rô</i>)	1/320	(conversion en <i>rô</i>)

On mesure tout de suite les difficultés inhérentes à la mise en œuvre d'une telle procédure. Pour en mener à bien les diverses étapes, il faut effectuer diverses réductions au même dénominateur, c'est-à-dire, en termes d'arithmétique égyptienne, utiliser les « *auxiliaires numériques* ». Ici, le « *réfèrent* » 320 s'impose et le scribe peut être conduit à opérer à partir de ce nombre plutôt que de l'introduire au cours de l'algorithme, ce qui conduit à des calculs auxiliaires compliqués. De manière plus explicite, avec nos notations fractionnaires, nous avons :

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}\right) + \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{40} + \frac{1}{80}\right) = \frac{160 + 80 + 20 + 10 + 5 + 32 + 8 + 4}{320} = \frac{319}{320}.$$

Il manque donc 1/320 que l'on obtient par inversion.

Bien entendu, il reste aussi la solution qui revient à exprimer le reste de la division, à savoir, $\frac{1}{88} - \frac{1}{704}$, par 320 ce qui amène à effectuer de très nombreux *doublements* « *successifs* » du quantième $\frac{1}{11}$.




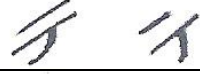


















Cet examen du cas particulier de la division « directe » d'une *héqat* par 11, montre, si besoin était, la pertinence des autres techniques mises en œuvre dans les *Tablettes du Caire*.

En guise de conclusion

Les *Tablettes du Caire* ont été écrites par un élève qui maîtrise quelques aspects de l'Art égyptien du calcul mais ne le possède pas totalement. Le cadre des exercices est celui de l'utilisation des *notations spécifiques* des mesures de capacité ce qui n'exclut pas la rédaction, par les scribes égyptiens, de tables « spécifiques ». Nous pensons, par exemple, à des tables de *doublements* de ces notations qui doivent, sans doute, être retenues par cœur. Il se peut, d'ailleurs, que les exercices proposés soient une incitation à retrouver des expressions plus « complexes » comme celle du tiers d'une *héqat* à l'aide des *notations spécifiques*. Dès lors, la présence de deux procédures est importante. Toutes les deux soulignent la nécessité de considérer tout d'abord la plus petite unité de mesure, le *rô*. L'une opère à partir de la quantité de *rô* contenue dans une *héqat* tandis que l'autre effectue l'opération d'abord sur 1 *rô* parvenant successivement aux divers résultats pour toutes les *notations spécifiques*, ce qui donne une valeur « tabulaire » à ce type de travail. Quant aux divisions qui sont présentées, dans leurs principes, leur mise en œuvre est tout à fait semblable à celle que nous pouvons lire dans le *Papyrus Rhind*. Certes, nous avons pu proposer des améliorations, mais elles influent peu sur les exemples traités.

Un des objectifs des exercices figurant dans les *Tablettes du Caire* est celui de la pratique des *notations spécifiques* des mesures de capacité, à savoir, des *rô* et des *héqat*. De manière délibérée nous les avons considérées sous deux formes : en *rô* avec les quantités de *rô*, ou en *héqat*, avec les quantités binaires de *héqat*. Comme Âhmès dans le *Papyrus Rhind*, le scribe passe directement des écritures numériques classiques à leur emploi. Aujourd'hui, plus soucieux d'unité, nous avons pu constater que le passage par les *rô* facilitait l'établissement des expressions en *héqat*. Il semble que les scribes égyptiens devaient apprendre et sans doute savoir par cœur, les équivalences numériques, tant en quantités de *rô*, que pour les quantités de *héqat*, avec les *notations spécifiques*. Nous avons pu le noter à propos du quart d'une *héqat*. Dès lors, il est inutile de chercher à savoir si nous devons différencier les expressions en *héqat* de celles en *rô*. Simplement, elles nous ont été un moyen commode pour fournir certaines explications, en particulier, pour le passage des écritures numériques aux expressions en *héqat* par l'intermédiaire de celles en *rô*. Il n'est pas interdit de penser qu'au moins au début de leur enseignement, les scribes agissaient de la sorte. Effectuant directement les *doublements* des expressions avec les *notations spécifiques*, il semble qu'ils ont pu s'aider de tables de tels *doublements*. Par ailleurs, il se peut que le scribe ait confondu les notations du un-tiers et du deux-tiers. En l'absence d'autres témoignages du Moyen Empire, nous ne pouvons pas nous prononcer sur l'écriture retenue à cette époque.

Les chiffres dans les Tablettes du Caire

2/3		10	
1/2		20	
1/3		30	
1/4		40	
1/6		50	
		60	
1		70	
2		80	
3		90	
4			
5		100	
6		200	
7			
8			
9			

Bibliographie

ARCHIBALD Raymond Clare, 1929, Bibliography of Egyptian and Babylonian Mathematics (supplement to the bibliography in volume I) in Chace, Bull, Manning, 1929, *The Rhind Mathematical Papyrus*.

BRUGSCH Heinrich, 1891, Die ältesten Rechentafeln der Welt, *Die Vossische Zeitung*, Berlin, 20 et 27 Sept. 1891 (n° 439 et 451) Sonntagsbeilage (n° 38 et 39). Réimp. in Brugsch, *Aus dem Morgenlande, Altes und Neues*, Leipzig, Reclam's Universal-Bibliothek, n°3151-3152, 1893, (Die älteste Rechenkunst, pp. 25-43).

ARCHIBALD Raymond Clare, 1929, Bibliography of Egyptian and Babylonian Mathematics (supplement to the bibliography in volume I) in Chace, Bull, Manning, 1929, *The Rhind Mathematical Papyrus*.

CANTOR Moritz, 1907, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, vol. 1, Leipzig, Teubner, 1880, 3^{ème} éd. 1907, p. 74.

DARESSY Georges, 1901, *Catalogue général des antiquités égyptiennes du Musée du Caire*, n° 25001-25385, *Ostraca*, Le Caire, Institut Français d'Archéologie Orientale du Caire, 1901.

DARESSY Georges, 1906, Calculs égyptiens du Moyen-Empire, *Recueil de travaux relatifs à l'archéologie égyptienne et assyrienne* 28 (1906) 62-72.

DARESSY Georges, 1919, Une mesure égyptienne de 20 hin, *Annales du Service des Antiquités de l'Égypte* 18 (1919) 191-192.

GARDNER Milo, 2005, Akhmin wooden tablet,
<http://akhmimwoodentablet.blogspot.com/>

GILLAIN Olivier, *La science égyptienne, l'arithmétique au Moyen Empire*, Bruxelles, Édition de la Fondation Égyptologique Reine Élisabeth, 1927.

GRIFFITH Francis Llewellyn, 1891, The Metrology of the Papyrus Ebers, *Proceedings of the Society of Biblical Archaeology* 13 (1891) 392-406, 526-538.

GRIFFITH Francis Llewellyn, 1892₂, Notes on Egyptian weights and measures, *Proceedings of the Society of Biblical Archaeology* 14 (1892) 403-450.

GRIFFITH Francis Llewellyn, 1893, Notes on Egyptian weights and measures, *Proceedings of the Society of Biblical Archaeology* 15 (1893) 301-315.

GUNN Battiscombe, 1926, (Review of) The Rhind Mathematical Papyrus: Introduction, Transcription, Translation and Commentary, by T. Eric Peet, *The Journal of Egyptian Archaeology* 12 (1926) 123-137. L'auteur a vu l'original "the correct amount, $1/2 \ 1/7 \ 1/14$, is given in three out of the four reckonings of $1/7$ gallon ; in the fourth the fractions are illegible".

MERZBACH Uta, Boyer Carl, 2010, *A history of Mathematics*, 3^e éd. , Hoboken, New Jersey, John Wiley & Sons, 2010.

MÖLLER Georg, 1911, Die Zeichen für die Bruchteile des Holmasses und das Uzatauge. Mit einem Nachtrag [Die sechs Teile des Horusauges und der sechste Tag] von Junker Hermann, *Zeitschrift für ägyptische Sprache und Altertumskunde* 48 (1911) 99-101 et 101-106. Trouvé sur internet et sans intérêt.

NEUGEBAUER Otto, 1930₂, Über den Scheffel und seine Teile, *Zeitschrift für Ägyptische Sprache und Altertumskunde* 65 (1930) 42-48.

PEET Thomas, 1923₁, Arithmetic in the Middle Kingdom, *The Journal of Egyptian Archaeology* 9 (1923) 91-95. Cite Daressy; Möller, Sethe

PEET Eric, 1923₂, *The Rhind Mathematical Papyrus British Museum 10057 and 10058*, introduction, transcription, translation and commentary, Londres, The University Press of Liverpool, Hodder and Stoughton, 1923 ; réimp. Nendeln (Liechtenstein), Kraus Reprint, 1970.cite Peet, 1923₁.mais aussi Daressy Möller, Sethe, p. 7.

POMMERENING Tanja, 2005, *Die altägyptischen Hohlmaße*, Hambourg, Helmut Buske Verlag, 2005, pp. 130, 134, 215 (à chaque fois en note de bas de page, cite Vymazalova, 2002).

REINEKE Walter-Friedrich, 1964, *Die Mathematischen Texte der alten Ägypter*, Thèse, 2 vol., Berlin, Humbolt-Universität,1964, pp. 97-101, pl. 14a-14r.

SALEH Mohamed, SOUROUZIAN Hourig, 1987, *Official catalogue, The Egyptian Museum, Cairo*, Published by the Organisation of Egyptian Antiquities, The Arab Republic of Egypt, Mainz, Philipp von Zabern, n° 57, repro. , 1987.

SETHE Kurt, 1916, *Von Zahlen und Zahlworten* bei den alten Ägyptern und was für andere Völker und Sprachen daraus zu lernen ist, Strasbourg, Trübner, 1916. p. 74, note 2. cite Daressy et Möller et parle de l'oeil d'Horus

VAN DER BERG F., J., 1892, De oudste rekentafels der Wereld, *Nieuw Archief voor Wiskunde* 19 (1892) 211-213.

VYMAZALOVÁ, Hana, 2002. The Wooden Tablets from Cairo: The Use of the Grain Unit HqAt in Ancient Egypt, *Archiv Orientální* 70 (2002) 27–42.