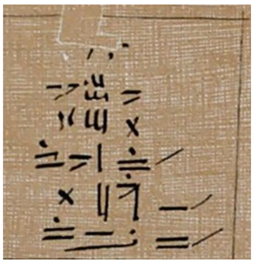
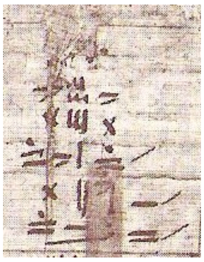
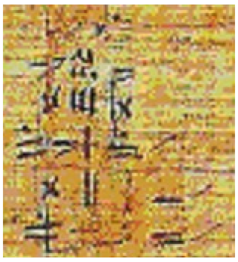
Expressions de 2 à partir de 13

Les diverses reproductions photographiques en témoignent, le papyrus a subi les outrages du temps ou, du moins, quelques restaurations. Toutefois, ceci n'a pas retenu l'attention de Francis Llewellyn Griffith[1] brillant égyptologue qui a pourtant consulté attentivement le papyrus. En d'autres occasions, nous avons souvent retenu les critiques qu'il a pu formuler à l'encontre du *Fac-similé*[2] publié par le British Museum.


Fac-similé[3]


Chace[4]


G. Robins ; C. Shute[5]


Site BM

Tout d'abord, sans doute à une époque où le document était consulté, un patch a été posé, à cheval sur la ligne de séparation entre les exercices R2/11 et R2/13. Pour ce dernier, ceci affecte l'écriture du nombre 13, dont il ne subsiste que des traces. Notons que le point qui figure au début est présent[6].

Ensuite, nous pouvons voir une brisure verticale à la hauteur des derniers termes de la partie calcul. L'auteur du *Fac-similé* publié par le British Museum la passe sous silence alors qu'elle est visible sur toutes les autres reproductions. Pourtant, à la troisième ligne, elle affecte le signe du quart qu'il retranscrit en deux parties. Il semble que les dernières restaurations aient accentué le décalage : voir, par exemple, le signe du demi à la deuxième ligne. Il se peut aussi que ceci ait entraîné des modifications pour les traces du nombre 13 précité. En effet, dans le *Fac-similé* elles semblent correspondre au seul chiffre 10 alors qu'ailleurs elles peuvent aussi concerner le chiffre 3.

Enfin, un collage touche le début des dernières lignes. Ceci est sensible à l'avant-dernière ligne à l'endroit où nous pouvons lire le nombre entier 52 ou son inverse, 1/52. Ce quantième est entièrement visible sur le *Fac-similé*. Eric Peet en profite pour revenir sur la remarque qu'il effectuait à propos de l'exercice R2/7. Il indiquait, en

1 Griffith, 1894, The Rhind Mathematical Papyrus, p. 207.
2 British Museum, 1898, *Facsimile of the Rhind Mathematical Papyrus*.
3 British Museum, 1898, *Facsimile of the Rhind Mathematical Papyrus*, pl. I.
4 Chace, 1979, *The Rhind Mathematical Papyrus*, p. 82.
5 Robins, Shute, 1987, *The Rhind mathematical papyrus*, pl. 1.
6 Voir surtout le *Fac-similé* car son auteur délimite fort bien les pourtours de ce patch.

note, « *The Egyptian was very inconsistant with regard to the fractional dot in these cases* [7]». En effet, nous savons que nous trouvons deux types d'exposés pour les lignes du calcul relatives aux quantièmes non principaux selon que l'on mette l'accent sur la multiplication ou sur la division : dans le premier cas, Âhmès écrit un entier alors que dans le second c'est le quantième correspondant qui est mis en valeur. Pour les exercices R2/13 et R2/17, lors de leur transcription hiéroglyphique, Peet utilise la même formulation bien qu'il mette un quantième pour le premier texte et un entier pour le second : « *with fractional dot, hardly to be called erroneous* [8]» ! Il n'en demeure pas moins que la reproduction photographique donnée par l'équipe formée autour de Chace[9], montre une bande sombre qui affecte le 1/50 puis le 1/100 qui se trouve en dessous. Quant aux dernières publications du British Museum[10], elles laissent voir une altération du texte : le signe 50 est très effacé et le point indiquant le quantième est quasiment inexistant. Nous avons suivi les premiers éditeurs du *Papyrus Rhind*.

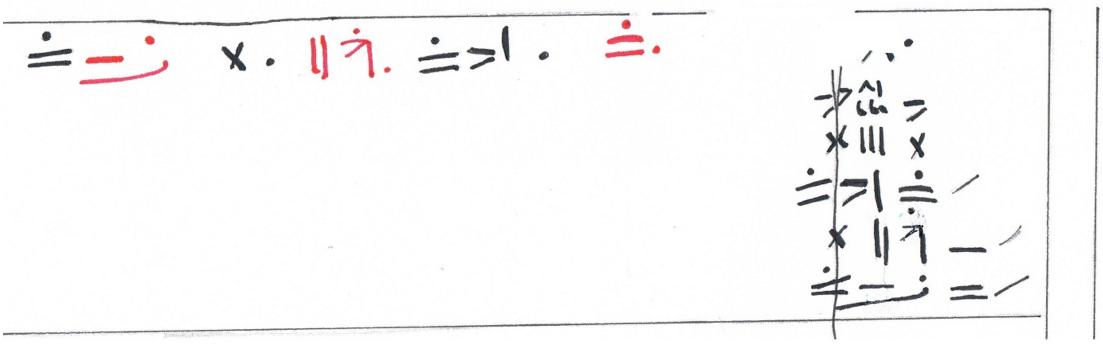
7 Peet, 1923, *The Rhind Mathematical Papyrus*, p. 38.

8 Peet, 1923, *The Rhind Mathematical Papyrus*, pl. A.

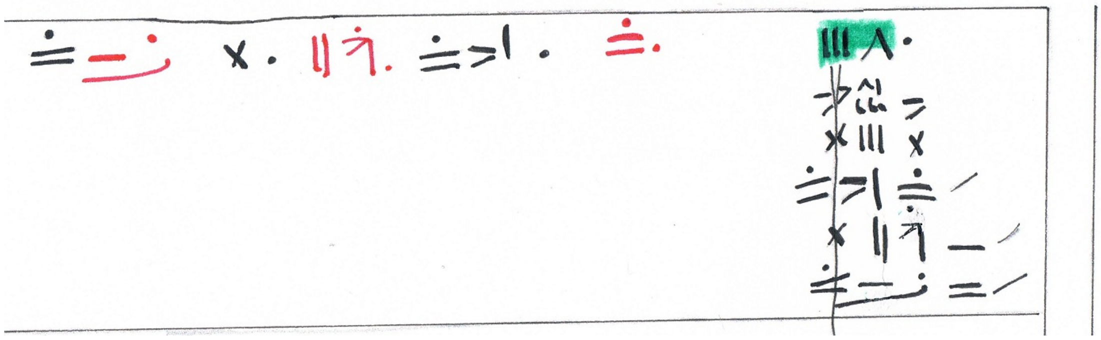
9 Chace, Bull, Manning, 1929, *The Rhind Mathematical Papyrus*, ph. I. Comme illustration, nous avons préféré choisir la photographie publiée en 1979 dans la réédition abrégée car, d'une part, elle est plus lisible, et d'autre part, elle en diffère représentant ainsi un état différent du papyrus.

10 Robins, Shute, 1987, *The Rhind mathematical papyrus*, pl. 1 ; Site du British Museum.

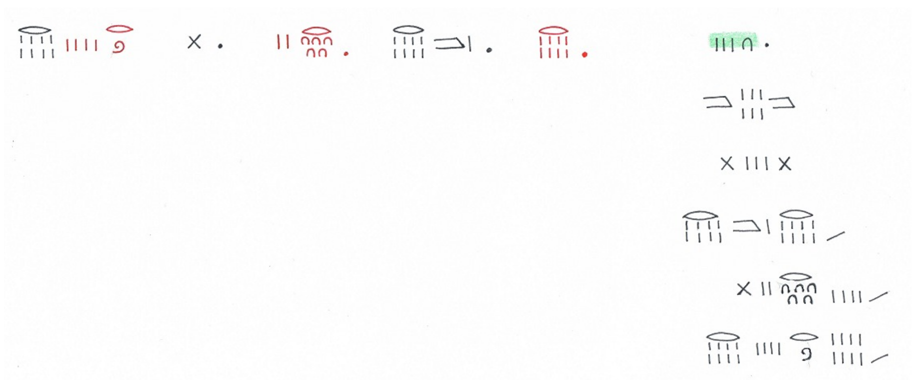
TRANSCRIPTION HIÉRATIQUE



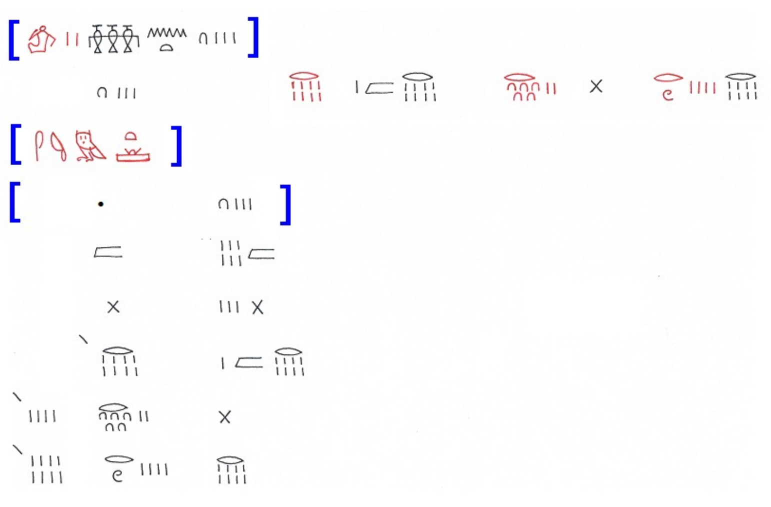
avec restitution



TRANSCRIPTION HIÉROGLYPHIQUE



TRANSCRIPTION HIÉROGLYPHIQUE LIBRE



TRANSLITTÉRATION SAVANTE

L1 · <13> **· 8’** · 1 2’ 8’ **· 52’** · 4’ **104’** 8’
L2 2’ 6 2’
L3 4’ 3 4’
L4 \ 8’ 1 2’ 8’
L5 \ 4 52’ 4’
L6 \ 8 104’ 8’

TRANSLITTÉRATION VOCALISÉE

L1 · <13> **· 8’** · 1 2’ 8’ **· 52’** · 4’ **104’** 8’
L2 2’ 6 2’
L3 4’ 3 4’
L4 \ 8’ 1 2’ 8’
L5 \ 4 52’ 4’
L6 \ 8 104’ 8’

TRANSLITTÉRATION VOCALISÉE INDEXÉE

L1 · <13[1]> **· 8’** · 1 2’ 8’ **· 52’** · 4’ **104’** 8’

L2 2’ 6 2’

L3 4’ 3 4’

L4 \ 8’ 1 2’ 8’

L5 \ 4 52’[2] 4’

L6 \ 8 104’ 8’

1 — Nous avons une lacune du texte dont ne subsiste que le début du chiffre 10 et la fin du chiffre 3. Voir l’introduction de cet exercice

2 — Voir l’introduction de cet exercice.

Traduction

$//_1$		·	<13>	**8’**	1 2’ 8’	**52’**	4’	**104’** 8’
$//_2$		2’	6 2’					
$//_3$		4’	3 4’					
$//_4$	\	8’	1 2’ 8’					
$//_5$	\ 4	52’	4’					
$//_6$	\ 8	104’	8’					

ADAPTAtion

[**Exprime 2** à partir de 13]

13	**1/8**	1 1/2 1/8	**1/52**	1/4	**1/104**	1/8

[**Calcul**]

	[1	13]
	1/2	6 1/2
	1/4	3 1/4
\	1/8	1 1/2 1/8
\ 4	1/52	1/4
\ 8	1/104	1/8

EXPRESSIONS DE 2 À PARTIR DE 13

Pour la première fois, nous avons une *décomposition en trois quantièmes*. Les *expressions fondamentales de 2 à partir de 13* sont :

$$\boxed{\textbf{(d}_{13}\textbf{)}\ \frac{2}{13}=\frac{1}{8}+\frac{1}{52}+\frac{1}{104} \quad \text{et} \quad \textbf{(2}_{13}\textbf{)}\ 2=(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{8})+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}.}$$

Comme pour R2/7, cette expression du double du quantième 1/13 figure dans le *Fragment UC 32159-f = K IV. 2 de El-Lahoun* [11] de l'University College de Londres et dans les *Tablettes CG 25 367 et 25 368 du Musée du Caire*[12]. En revanche, dans un papyrus démotique de l'époque romaine[13], dans le *Papyrus Michigan* 621[14] et dans le *Papyrus d'Akhmîm*[15] nous trouvons l'unique expression de 2/13 en deux quantièmes distincts, à savoir, la *décomposition primaire* :

$$\textbf{(DP}_{13}\textbf{)}\ \frac{2}{13}=\frac{2}{13+1}+\frac{2}{13\times(13+1)}=\frac{2}{14}+\frac{2}{13\times 14}=\frac{1}{7}+\frac{1}{13\times 7}=\frac{1}{7}+\frac{1}{91}.$$

Si besoin était, nous possédons ainsi un témoignage, qu'en d'autres lieux ou à d'autres époques, les savants ont emprunté des chemins différents de ceux pris par l'Auteur.

L'expression des *doublements éventuels* est immédiate :

$$\frac{1}{13}\times 4=(\frac{1}{13}\otimes 2)\otimes 2=(\frac{1}{8}+\frac{1}{52}+\frac{1}{104})\otimes 2=(\frac{1}{2\times 4}\otimes 2)+(\frac{1}{2\times 26}\otimes 2)+(\frac{1}{2\times 52}\otimes 2)=$$
$$\frac{1}{4}+\frac{1}{26}+\frac{1}{52}\ ;$$

$$\frac{1}{13}\times 8=(\frac{1}{13}\times 4)\otimes 2=(\frac{1}{4}+\frac{1}{26}+\frac{1}{52})\otimes 2=(\frac{1}{2\times 2}\otimes 2)+(\frac{1}{2\times 13}\otimes 2)+(\frac{1}{2\times 26}\otimes 2)=$$
$$\frac{1}{2}+\frac{1}{13}+\frac{1}{26}.$$

Nous retrouvons ces expressions des *doublements éventuels* dans les *Tablettes CG 25 367 et 25 368 du Musée du Caire*[16], dans le *Papyrus Michigan* 621 et dans le *Papyrus d'Akhmîm*. Comme le rapporte Paul Tannery, dans les textes attribués à Héron d'Alexandrie, savant grec qui vivait au début de notre ère, nous trouvons aussi ces décompositions relatives à 4/13 et 8/13, preuve qu'elles « *dérivent évidemment de la forme complexe des Égyptiens* [17]» pour 2/13.

DIVISION COMMENTÉE DE 2 PAR 13

Le *quantième principal* est égal à 1/8. Il est *binaire*. Par suite, théoriquement et pratiquement, pour parvenir aux expressions données par l'Auteur, nous sommes conduits à

---

[11] Nous donnons d'abord la nouvelle côte puis l'ancienne. Voir Imhausen, Ritter, 2004, Mathematical Fragments, p. 93 ; http://www.digitalegypt.ucl.ac.uk/lahun/ucarchivelahun/uc32159-f.jpg.

[12] Daressy, 1906, Calculs égyptiens du Moyen Empire, p. 68.

[13] Hultsch, 1901, Neue Beiträge zur ägyptischen Teilungsrechnung, p. 183.

[14] Voir, par exemple, Robins, 1923, A Greco-Egyptian mathematical papyrus, p. 332.

[15] Baillet, 1892, *Le Papyrus mathématique d'Akhmîm*, p. 29.

[16] Daressy, 1906, Calculs égyptiens du Moyen Empire, p. 68. Voir aussi notre annexe DT : Les tablettes CG 25367 et CG 25368 du Musée du Caire, p. 13.

[17] Tannery, 1884, Questions héroniennes, p. 342. Cette évidence est confortée par l'étude des deux autres décompositions que nous avons retenues.

effectuer la division de 2 par 13 en utilisant les *dédoublements successifs* et procéder, comme l'Auteur nous y invite, de la manière suivante :

1	13	(initialisation)
1/2	6 1/2	(dédoublement)
1/4	3 1/4	(dédoublement)
\ 1/8	1 1/2 1/8	(dédoublement)
Manque	1/4 1/8	**(2_{13})**
\ 1/52	1/4	(inversion-multiplication)
\ 1/104	1/8	(inversion-multiplication)

Si nous comparons à l'exercice R2/7, l'examen de la solution présentée ici par l'Auteur offre une particularité certaine : le scribe insiste cette fois sur les multiples 4 et 8 qui ont donné naissance aux quantièmes 1/52 et 1/104.

VÉRIFICATION

Théoriquement, l'*expression secondaire principale* peut être considérée comme étant le résultat de la division de 13 par 8. Selon la procédure employée, elle peut donc avoir diverses formes. Toutefois, si nous nous situons dans la perspective des *décompositions égyptiennes simples* où les quantièmes de cette expression sont des multiples du *quantième principal*, nous pouvons distinguer la seule décomposition suivante :

$$Q = \frac{13}{8} = 1 + \frac{5}{8} = 1 + \frac{4+1}{8} = 1 + \frac{4}{8} + \frac{1}{8} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}.$$

Nous devons donc utiliser les *dédoublements successifs* :

\ 1	8	(initialisation)
\ 1/2	4	(dédoublement)
1/4	2	(dédoublement)
\ 1/8	1	(dédoublement)
Total	13	

OBTENTION DU MANQUE

L'obtention du *manque* est immédiate car nous avons à compléter une somme de *quantièmes binaires*. Ici, 1/4 1/8 complète 1/2 1/8 :

$$(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}) + \frac{1}{8} = 1 + \frac{1}{2} + (\frac{1}{8} + \frac{1}{8}) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4},$$

$$(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{2} + (\frac{1}{4} + \frac{1}{4}) = 1 + (\frac{1}{2} + \frac{1}{2}) = 1 + 1 = 2.$$

ÉTUDE DE QUELQUES DÉCOMPOSITIONS DE 2/13

Le nombre 13 étant premier, il existe une seule *décomposition de 2/13 en deux quantièmes distincts* :

$$\textbf{(A}_{\textbf{13}}\textbf{)} \quad \frac{2}{13}=\frac{1}{7}+\frac{1}{91}.$$

Il existe d'autres décompositions de 2/13 en trois ou quatre quantièmes. Citons, par exemple, l'unique *décomposition égyptienne simple* en trois quantièmes

$$\textbf{(B}_{\textbf{13}}\textbf{)} \quad \frac{2}{13}=\frac{1}{10}+\frac{1}{26}+\frac{1}{65}=\frac{1}{10}+\frac{1}{13\times 2}+\frac{1}{13\times 5} \quad \text{avec} \quad 2=(1+\frac{1}{5}+\frac{1}{10})+\frac{1}{2}+\frac{1}{5}.$$

La décomposition **(A$_{13}$)** est *primaire* :

$$\textbf{(DP}_{\textbf{13}}\textbf{)} \quad \frac{2}{13}=\frac{2}{13+1}+\frac{2}{13\times(13+1)}=\frac{2}{14}+\frac{2}{13\times 14}=\frac{1}{7}+\frac{1}{13\times 7}=\frac{1}{7}+\frac{1}{91}.$$

Son *quantième principal* étant l'inverse d'un nombre premier, à savoir, le nombre 7, nous n'avons pas d'autre possibilité, pour diviser 2 par 13, que de choisir 1/7 comme premier multiplicateur, c'est-à-dire de commencer par diviser 13 par 7. Nous proposons d'utiliser tout d'abord les *dédoublements successifs* :

\ 1	7	(initialisation)
\ 1/2	3 1/2	(dédoublement)
\ 1/4	1 1/2 1/4	(dédoublement)
Manque	1/2 1/4	**(2$_7$)**
\ 1/14	1/2	(inversion-multiplication)
\ 1/28	1/4	(inversion-multiplication)

Nous avons alors une *expression secondaire principale* qui a la forme suivante :

$$Q=11:7=\frac{11}{7}=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{14}+\frac{1}{28}.$$

Il est immédiat que le *manque* est égal à 1/7 car

$$(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{14}+\frac{1}{28})+\frac{1}{7}=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+(\frac{1}{7}+\frac{1}{14}+\frac{1}{28})=1+\frac{1}{2}+(\frac{1}{4}+\frac{1}{4})=1+(\frac{1}{2}+\frac{1}{2})=1+1=2.$$

Par suite, nous avons la *décomposition de deux* suivante :

$$2=(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{14}+\frac{1}{28})+\frac{1}{7}.$$

Quant à l'obtention des expressions correspondantes nous pouvons diviser 2 par 13 comme suit :

	\ 1	13	(initialisation)
	\ 1/7	1 1/2 1/4 1/14 1/28	(division par sept)
Manque		1/7	
	\ 1/91	1/7	(inversion-multiplication)

Pour diviser 13 par 7, nous aurions pu aussi opérer à partir des *multiplicateurs ternaires* et obtenir alors

\ 1	7	(initialisation)
\ 2/3	4 2/3	(dédoublement)
1/3	2 1/3	(dédoublement)
\ 1/6	1 1/6	
Manque	1/6	**(2_{11})**
\ 1/42	1/6	(inversion-multiplication)

D'où

$$13:7 = 1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{42}.$$

Cette fois, pour obtenir le *manque* lors de la division de 2 par 13 il suffit d'utiliser la relation

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{7} + \frac{1}{42}.$$

Quant aux *doublements éventuels*, en utilisant les décompositions données en R2/7 et R2/91, et après une simplification que, sans doute, les scribes égyptiens ignoraient, à savoir, celle de 1/28 1/70 en 1/10, leurs expressions comportent aussi trois quantièmes :

$$\frac{1}{13} \times 4 = (\frac{1}{13} \otimes 2) \otimes 2 = (\frac{1}{7} + \frac{1}{91}) \otimes 2 = (\frac{1}{7} \otimes 2) + (\frac{1}{91} \otimes 2) = (\frac{1}{4} + \frac{1}{28}) + (\frac{1}{70} + \frac{1}{130}) =$$

$$= \frac{1}{4} + (\frac{1}{28} + \frac{1}{70}) + \frac{1}{130} = \frac{1}{4} + \frac{1}{20} + \frac{1}{130} \;;$$

$$\frac{1}{13} \times 8 = (\frac{1}{13} \times 4) \otimes 2 = (\frac{1}{4} + \frac{1}{20} + \frac{1}{130}) \otimes 2 = (\frac{1}{2 \times 2} \otimes 2) + (\frac{1}{2 \times 10} \otimes 2) + (\frac{1}{2 \times 65} \otimes 2) =$$
$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{10} + \frac{1}{65}.$$

Autrement dit, dans la pratique, la décomposition **(A_{13})** est peu utile.

Le *quantième principal* de la *décomposition égyptienne simple* de 2/13 en trois quantièmes

(B_{13}) $$\frac{2}{13} = \frac{1}{10} + \frac{1}{26} + \frac{1}{65} = \frac{1}{10} + \frac{1}{13 \times 2} + \frac{1}{13 \times 5} \quad \text{avec} \quad 2 = (1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}) + \frac{1}{2} + \frac{1}{5}.$$

étant égal à 1/10, nous pouvons parvenir à ce nombre en commençant la division de 2 par 13 à l'aide d'une *division par dix*. Nous proposons donc de procéder comme suit

\ 1	13	(initialisation)
\ 1/10	1 1/5 1/10	(division par dix)
Manque	1/2 1/5	
\ 1/26	1/2	(inversion-multiplication)
\ 1/65	1/5	(inversion-multiplication)

Nous pouvons établir le *manque* à partir de la *table de dixièmes*, qui figure dans le *Papyrus Rhind*, puisqu'il est égal à sept dixièmes. Quant aux expressions des *doublements éventuels* elles sont aussi plus complexes, voir, par exemple, pour le quadruple de 1/13 en utilisant la décomposition déduite de l'exercice R2/65 :

$$\frac{1}{13}\times 4=(\frac{1}{13}\otimes 2)\otimes 2=(\frac{1}{10}+\frac{1}{26}+\frac{1}{65})\otimes 2=(\frac{1}{2\times 5}\otimes 2)+(\frac{1}{2\times 13}\otimes 2)+(\frac{1}{65}\otimes 2)=$$
$$=\frac{1}{5}+\frac{1}{13}+\frac{1}{39}+\frac{1}{195}.$$

Autrement dit, si nous considérons, seulement, l'aspect pratique des *doublements éventuels*, la décomposition **(B_{13})** est peu utile.

En résumé, pour les *doublements éventuels*, nous avons le tableau suivant indiquant le nombre de quantièmes figurant dans les expressions précitées de 4/13 et de 8/13 (rappelons que nous soulignons celles où nous avons fait usage de simplifications) :

	(d_{13})	**(A_{13})**	**(B_{13})**
4/13	3	<u>**3**</u>	4
8/13	3	3	?

EN GUISE DE CONCLUSION

Pour la première fois, L'Auteur donne une décomposition en trois quantièmes. Comme nous l'avons indiqué, elle a eu la faveur d'autres savants : voir le *Fragment UC 32159-f = K IV. 2 de El-Lahoun* [18] de l'University College de Londres et les *Tablettes CG 25 367 et 25 368 du Musée du Caire*[19]. En revanche, dans un papyrus démotique de l'époque romaine[20], dans le *Papyrus Michigan* 621[21] et dans le *Papyrus d'Akhmîm*[22], nous trouvons ce que nous nommons la *décomposition primaire* donc en deux quantièmes :

$$\textbf{(DP}_{13}\textbf{)}\quad \frac{2}{13}=\frac{1}{7}+\frac{1}{91}.$$

[18] Nous donnons d'abord la nouvelle côte puis l'ancienne. Voir Imhausen, Ritter, 2004, Mathematical Fragments, p. 93 ; http://www.digitalegypt.ucl.ac.uk/lahun/ucarchivelahun/uc32159-f.jpg.

[19] Daressy, 1906, Calculs égyptiens du Moyen Empire, p. 68.

[20] Hultsch, 1901, Neue Beiträge zur ägyptischen Teilungsrechnung, p. 183.

[21] Voir, par exemple, Robins, 1923, A Greco-Egyptian mathematical papyrus, p. 332.

[22] Baillet, 1892, *Le Papyrus mathématique d'Akhmîm*, p. 29.

Ceci est l'occasion de nous interroger sur diverses pratiques. Nous pouvons, par exemple, comparer les données tabulaires que nous trouvons dans ces trois documents. Comme nous le constaterons pour la *table de dixièmes* qui figure dans le *Papyrus Rhind*, ces tables sont toutes différentes. Cependant, ici, elles donnent la même expression pour 4/13, à savoir, celle que nous avons déduite des propos de l'Auteur en opérant par *doublement*. Il se peut qu'il en soit de même pour 8/13. Par conséquent, nous devons être très prudents lorsque nous formulons certaines hypothèses à partir de nos reconstructions relatives aux *doublements éventuels*. Ceci tient essentiellement au fait que nous ne devons pas confondre, par exemple, le quadruple de 1/13, le double de 2/13 et le résultat de la division de 4 par 13:

$$\frac{1}{13} \times 4 = (\frac{1}{13} \otimes 2) \otimes 2 = 4 : 13 .$$

D'un point de vue pratique, le calcul du quadruple d'un quantième peut être effectué à partir de son double, mais son expression peut être différente de celle que l'on obtient en divisant 4 par l'inverse de ce quantième. Par ailleurs, d'autres techniques ont pu être mises en œuvre. Par exemple, pour le *Papyrus démotique*, il se peut que le scribe ait ajouté 1/13 aux expressions obtenues pour les « numérateurs pairs » afin de donner celles relatives aux « numérateurs impairs »[23].

	Papyrus démotique	Papyrus grec	Papyrus byzantin
2/13	1/7 1/91 [24]	1/7 1/91	1/7 1/91
3/13	1/7 1/13 1/91 [25]	1/6 1/26 1/39 [26]	1/6 1/26 1/39
4/13	1/4 1/26 1/52 [27]	1/4 1/26 1/52	1/4 1/26 1/52
5/13	1/4 1/13 1/26 1/52	1/3 1/26 1/78	1/3 1/26 1/78
6/13	1/3 1/13 1/26 1/78	1/3 1/13 1/26 1/78	1/3 1/13 1/26 1/78
7/13	1/2 1/26	1/2 1/26	1/2 1/26
8/13		1/2 1/13 1/26	1/2 1/13 1/26
9/13		2/3 1/39	2/3 1/39
10/13		2/3 1/13 1/39 [28]	1/2 1/4 1/52
11/13		1/2 1/3 1/78 [29]	1/2 1/3 1/78
12/13		1/2 1/3 1/13 1/26* 1/78	1/2 1/3 1/13 1/78

Avec toutes les précautions d'usage, il nous semble que les expressions données par l'Auteur sont les « meilleures » tant du point de vue de leur obtention que de leur application pour les *doublements éventuels*.

23 En fait, les trois auteurs jonglent entre les *multiplicateurs binaires* ou *ternaires* et abandonnent vite 1/7.
24 Dans les trois tables figurent les seules expressions en deux quantièmes distincts, à savoir, pour 2/13 et 7/13.
25 Seul, le scribe du *Papyrus démotique* a conservé le 1/7.
26 Le scribe a sans doute utilisé les *multiplicateurs ternaires*.
27 Dans les trois tables on retrouve le résultat obtenu à partir du *Papyrus Rhind*.
28 Le scribe grec préfère le deux-tiers alors que l'auteur byzantin utilise les *multiplicateurs binaires*.
29 Les scribes grecs et byzantins donnent la même expression préférant 1/2 1/3 à 2/3 1/6, expression que l'on obtient pourtant facilement en divisant 11 par 13 à l'aide des *multiplicateurs ternaires*.

Bibliographie

Abdulaziz, 2008, On the Egyptian method of decomposing 2/*n* into fractions, pp. 3, 12-13, 16.
Bobynin, 1890, Sur le procédé employé dans le papyrus de Rhind, p. 112.
British Museum, 1898, *Facsimile of the Rhind Mathematical Papyrus*, pl. I.
Bruckheimer, Salomon, 1977, Some comments on R. J. Gillings' analysis of the 2/n table in the Rhind Papyrus, p. 450.
Bruins, 1952, Ancient Egyptian Arithmetic: 2/*N*, pp. 85, 87, 91.
Bruins, 1957, Platon et la table égyptienne 2/*n*, pp. 254, 256, 258.
Bruins, 1981_2, Reducible and Trivial Decompositions Concerning Egyptian Arithmetics, p. 285.
Chace, 1979, *The Rhind Mathematical Papyrus*, pp. 28, 82.
Chace, Bull, Manning, 1929, *The Rhind Mathematical Papyrus*, ph. I, pl. 4.
Chace, Manning, 1927, *The Rhind Mathematical Papyrus*, p. 51.
Clagett, 1999, *Ancient Egyptian Science*, pp. 123, 327.
Couchoud , 1983, *Recherches sur les connaissances mathématiques de l'Égypte pharaonique,* p. 32.
Couchoud , 1993, *Mathématiques égyptiennes,* p. 28.
Eisenlohr, 1877 (1999), *Ein mathematisches Handbuch der alten Ägypter*, p. 37, pl. I.
Gillain, 1927, *La science égyptienne*, pp. 133-134.
Gillings, 1972 (1982), *Mathematics in the time of the pharaohs*, p. 55.
Gillings, 1974, The Recto of the Rhind Mathematical Papyrus, p. 294.
Griffith, 1894, The Rhind Mathematical Papyrus, pp. 202-205.
Gunn, 1926_1, The Rhind Mathematical Papyrus, p. 123.
Guitel, 1975, *Histoire comparée des numérations écrites*, pp. 103, 105, 111.
Imhausen, Ritter, 2004, Mathematical Fragments : UC 32114B, UC 32118B, UC 32134A+B, UC 32159-UC 32162, *in* Collier, Quirk, 2004, *The UCL Lahun Papyri*, pp. 92-93.
Hultsch, 1901, Neue Beiträge zur ägyptischen Teilungsrechnung, pp. 182-183.
Knorr, 1982, Techniques of Fractions in Ancient Egypt and Greece, pp. 136, 166.
Loria, 1892, Congetture e ricerche sull' aritmetica degli antichi Egiziani, pp. 99, 104.
Peet, 1923, *The Rhind Mathematical Papyrus*, p. 39, pl. A.
Reineke, 1964, *Die Mathematischen Texte der alten Ägypter,* I_6, p. 85.
Ritter, 2000, Egyptian mathematics *in* Selin, 2000, *Mathematics across cultures*, pp. 129-131.
Robins, Shute, 1987, *The Rhind mathematical papyrus*, pl. 1-2.
Tannery, 1884, Questions héroniennes, pp. 331-332.
Van der Waerden, 1938, Die Entstehungsgeschichte der ägyptischen Bruchrechnung, pp. 363-368, 381.
Van der Waerden, 1954 (1975), *Science Awakening*, p. 25.
Van der Waerden, 1980, The (2: n) Table in the Rhind Papyrus, pp. 266, 270.
Vogel, 1929_1, *Die Grundlagen der ägyptischen Arithmetik*, p. 117.
Vogel, 1929_2, Erweitert die Lederrolle unsere Kenntnis ägyptischer Mathematik ? p. 399.