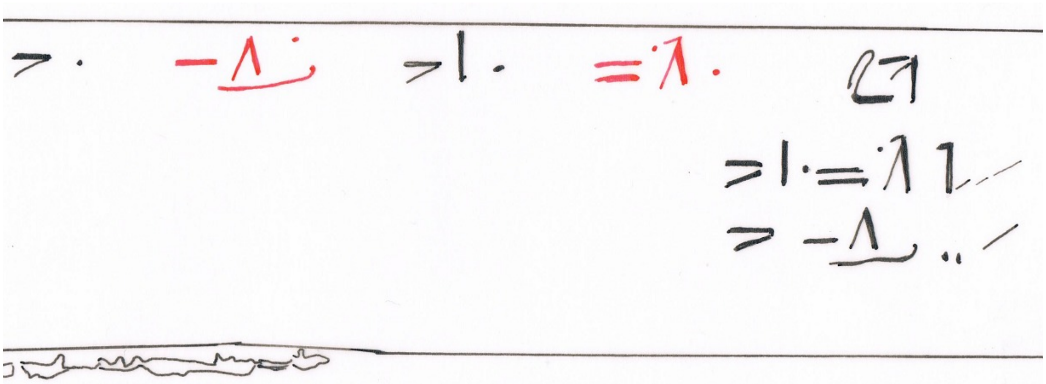
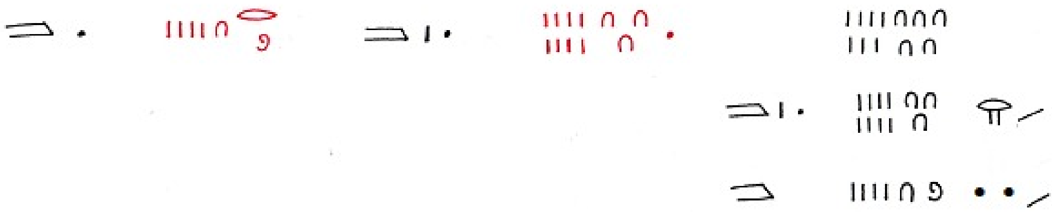
Expressions de 2 à partir de 57

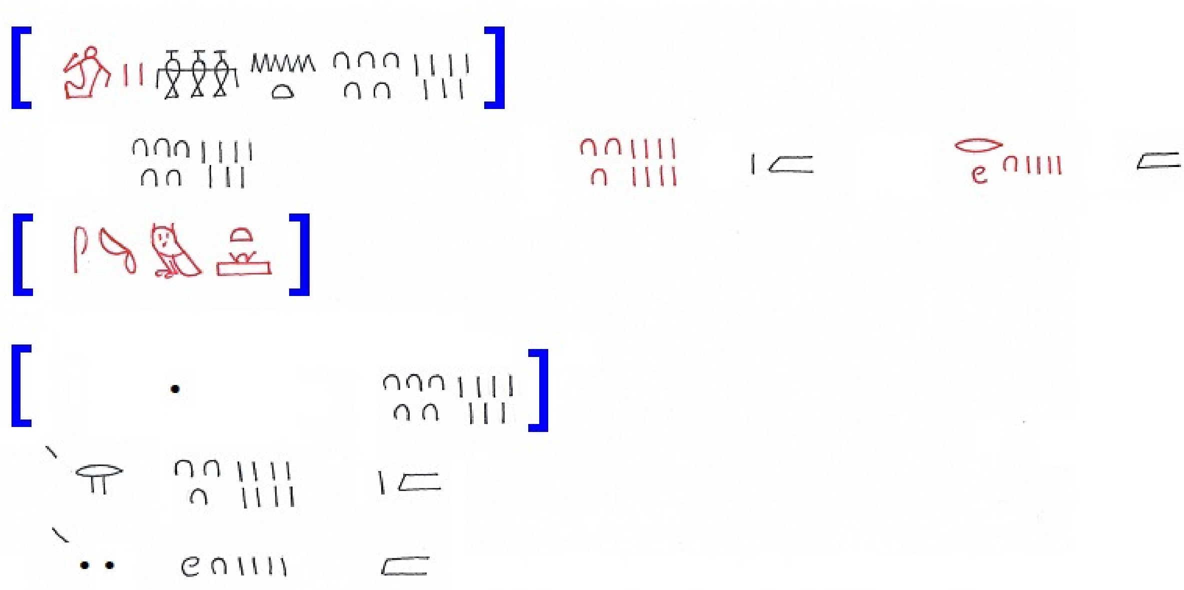
TRANSCRIPTION HIÉRATIQUE



TRANSCRIPTION HIÉROGLYPHIQUE



TRANSCRIPTION HIÉROGLYPHIQUE LIBRE



TRANSLITTÉRATION SAVANTE

L_1 *57* *· **38**** *· 1 2’* ***114’*** *· 2’*
L_2 *\ 3’’ 38 · 1 2’*
L_3 *\ 2 114 2’*

TRANSLITTÉRATION VOCALISÉE

L_1 *57* *· **38**** *· 1 2’* ***114’*** *· 2’*
L_2 *\ 3’’ 38 · 1 2’*
L_3 *\ 2 114 2’*

TRANSLITTÉRATION VOCALISÉE INDEXÉE

L_1 57 · **38*** · 1 2’ **114’** · 2’
L_2 \ 3’’ 38 · 1 2’
L_3 \ 2_1 114 2’

Traduction

//$_1$		57		**38**	1 2’		**114’**	2’
//$_2$	\ 3’’	38	1 2’					
//$_3$	\ 2	114	2’					

ADAPTATION

[Exprime 2 à partir de 57**]**

	57	**1/38**	1 1/2	**1/114**	1/2

[Calcul]

	[1	57]
\ 2/3	38	1 1/2
\ 2	114	1/2

EXPRESSIONS DE 2 À PARTIR DE 57

Les *expressions fondamentales de 2 à partir de 57* sont :

$$\mathbf{(d_{57})} \quad \frac{2}{57} = \frac{1}{38} + \frac{1}{114} \quad \text{et} \quad \mathbf{(2_{57})} \quad 2 = (1 + \frac{1}{2}) + \frac{1}{2}.$$

Pour exprimer les *doublements éventuels*, en utilisant **(2_{57})** et **(2_{19})**, nous obtenons des décompositions de 4/57 et de 8/57 qui sont ainsi respectivement en deux et quatre quantièmes :

$$\frac{1}{57} \times 4 = (\frac{1}{57} \otimes 2) \otimes 2 = (\frac{1}{38} + \frac{1}{114}) \otimes 2 = (\frac{1}{2 \times 19} \otimes 2) + (\frac{1}{2 \times 57} \otimes 2) = \frac{1}{19} + \frac{1}{57},$$

$$\frac{1}{57} \times 8 = (\frac{1}{57} \times 4) \otimes 2 = (\frac{1}{19} + \frac{1}{57}) \otimes 2 = (\frac{1}{19} \otimes 2) + (\frac{1}{57} \otimes 2) = \frac{1}{12} + \frac{1}{76} + \frac{1}{114} + \frac{1}{38} + \frac{1}{114} =$$

$$= \frac{1}{12} + \frac{1}{38} + \frac{1}{76} + (\frac{1}{114} + \frac{1}{114}) = \frac{1}{12} + \frac{1}{38} + \frac{1}{57} + \frac{1}{76}.$$

DIVISION COMMENTÉE DE 2 PAR 57

Les calculs écrits par Âhmès et la *décomposition de deux* **(2_{57})** montrent que les expressions données par l'Auteur peuvent être rangées dans le cadre général des *décompositions de type « multiple de trois »*. Nous proposons la division suivante :

1	57	(initialisation)
2/3	38	(« table de deux-tiers »)
\ 1/38	1 1/2	(inversion)
Manque	1/2	**(2_{57})**
\ 1/114	1/2	(inversion-multiplication)

ÉTUDE DE QUELQUES DÉCOMPOSITIONS DE 2/57

Le nombre 57 étant le produit de deux nombres premiers distincts, à savoir 3 et 19, il existe deux autres *décompositions* de 2/57 en deux quantièmes différents supérieurs à 1/1000 :

$$\mathbf{(A_{57})} \quad \frac{2}{57} = \frac{1}{30} + \frac{1}{570} \quad \text{avec} \quad 2 = (1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{30}) + \frac{1}{10} \;;$$

$$\mathbf{(B_{57})} \quad \frac{2}{57} = \frac{1}{33} + \frac{1}{209} \quad \text{avec} \quad 2 = (1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{22} + \frac{1}{66}) + (\frac{1}{6} + \frac{1}{11} + \frac{1}{66}).$$

Il existe aussi trois *décompositions égyptiennes simples de 2/57* en trois quantièmes :

$$\mathbf{(C_{57})} \quad \frac{2}{57} = \frac{1}{36} + \frac{1}{171} + \frac{1}{684} = \frac{1}{36} + \frac{1}{57 \times 3} + \frac{1}{57 \times 12} \quad \text{avec} \quad 2 = (1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}) + \frac{1}{3} + \frac{1}{12} \;;$$

(D_{57}) $\frac{2}{57}=\frac{1}{36}+\frac{1}{228}+\frac{1}{342}=\frac{1}{36}+\frac{1}{57\times 4}+\frac{1}{57\times 6}$ avec $2=(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{4})+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$;

(E_{57}) $\frac{2}{57}=\frac{1}{42}+\frac{1}{114}+\frac{1}{399}=\frac{1}{42}+\frac{1}{57\times 2}+\frac{1}{57\times 7}$ avec $2=(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{42})+\frac{1}{2}+\frac{1}{7}$.

La décomposition

(A_{57}) $\frac{2}{57}=\frac{1}{30}+\frac{1}{570}$ avec $2=(1+\frac{2}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{30})+\frac{1}{10}$,

revient, théoriquement, à utiliser la *décomposition primaire* de 2/19,

(DP_{19}) $\frac{2}{19}=\frac{2}{19+1}+\frac{2}{19\times(19+1)}=\frac{2}{20}+\frac{2}{19\times 20}=\frac{1}{10}+\frac{1}{19\times 10}=\frac{1}{10}+\frac{1}{190}$

avec $2=(1+\frac{2}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{30})+\frac{1}{10}$.

décomposition différente de **(d_{19})**. En effet, d'après **(DP_{19})**, nous avons :

$$\frac{2}{57}=\frac{2}{19\times 3}=\frac{2}{19}\times\frac{1}{3}=(\frac{1}{10}+\frac{1}{190})\times\frac{1}{3}=\frac{1}{10\times 3}+\frac{1}{190\times 3}=\frac{1}{30}+\frac{1}{570}.$$

Le *quantième principal* étant égal à 1/30, lors de la division de 2 par 57, nous pouvons obtenir les expressions **(A_{57})** en utilisant le multiplicateur deux-tiers et la *division par dix* :

1	57	(initialisation)
2/3	38	(« table de deux-tiers »)
\ 1/3	19	(dédoublement)
1/10 de 1/3	1 2/3 1/5 1/30	(division par dix)
\ 1/30	1 2/3 1/5 1/30	(simplification)
Manque	1/10	
\ 1/570	1/10	(inversion-multiplication)

Quant aux *doublements éventuels*, en utilisant les « multiples de trois », nous pouvons écrire

$$\frac{1}{57}\times 4=(\frac{1}{57}\otimes 2)\otimes 2=(\frac{1}{30}+\frac{1}{570})\otimes 2=(\frac{1}{2\times 15}\otimes 2)+(\frac{1}{2\times 285}\otimes 2)=\frac{1}{15}+\frac{1}{285};$$

$$\frac{1}{57}\times 8=(\frac{1}{57}\times 4)\otimes 2=(\frac{1}{15}+\frac{1}{285})\otimes 2=(\frac{1}{15}\otimes 2)+(\frac{1}{3\times 95}\otimes 2)=\frac{1}{10}+\frac{1}{30}+\frac{1}{190}+\frac{1}{570}.$$

La *décomposition* **(B_{57})** est *composée* :

(DC_{57}) $\frac{2}{57}=\frac{2}{3\times 19}=\frac{2}{3\times(3+19)}+\frac{2}{19\times(3+19)}=\frac{1}{3\times 11}+\frac{1}{19\times 11}=\frac{1}{33}+\frac{1}{209}$

avec $2=(1+\frac{2}{3}+\frac{1}{22}+\frac{1}{66})+(\frac{1}{6}+\frac{1}{11}+\frac{1}{66})$.

Elle introduit des quantièmes sous multiples de 1/11 dans la décomposition de deux ce qui semble suffire pour ne pas la retenir.

Les *décompositions égyptiennes simples* en trois quantièmes

(C_{57}) $\frac{2}{57}=\frac{1}{36}+\frac{1}{171}+\frac{1}{684}=\frac{1}{36}+\frac{1}{57\times 3}+\frac{1}{57\times 12}$ avec $2=(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{4})+\frac{1}{3}+\frac{1}{12}$,

(D_{57}) $\frac{2}{57}=\frac{1}{36}+\frac{1}{228}+\frac{1}{342}=\frac{1}{36}+\frac{1}{57\times 4}+\frac{1}{57\times 6}$ avec $2=(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{4})+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$,

(E_{57}) $\frac{2}{57}=\frac{1}{42}+\frac{1}{114}+\frac{1}{399}=\frac{1}{42}+\frac{1}{57\times 2}+\frac{1}{57\times 7}$ avec $2=(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{42})+\frac{1}{2}+\frac{1}{7}$,

nécessitent toutes les trois, lors de la division de 2 par 57, l'introduction du multiplicateur deux-tiers. Par ailleurs, leur dernier quantième est assez petit et les expressions des *doublements éventuels* comportent au moins trois quantièmes. Seule, la décomposition **(D_{57})** peut présenter un certain intérêt. Nous avons, pour les *doublements éventuels* :

$$\frac{1}{57}\times 4=(\frac{1}{57}\otimes 2)\otimes 2=(\frac{1}{36}+\frac{1}{228}+\frac{1}{342})\otimes 2=(\frac{1}{2\times 18}\otimes 2)+(\frac{1}{2\times 114}\otimes 2)+(\frac{1}{2\times 171}\otimes 2)=$$
$$=\frac{1}{18}+\frac{1}{114}+\frac{1}{171},$$

$$\frac{1}{57}\times 8=(\frac{1}{57}\times 4)\otimes 2=(\frac{1}{18}+\frac{1}{114}+\frac{1}{171})\otimes 2=(\frac{1}{2\times 9}\otimes 2)+(\frac{1}{2\times 57}\otimes 2)+(\frac{1}{3\times 57}\otimes 2)=$$
$$=\frac{1}{9}+\frac{1}{57}+\frac{1}{114}+\frac{1}{342}.$$

En résumé, pour les *doublements éventuels*, nous avons le tableau suivant indiquant le nombre de quantièmes figurant dans les expressions précitées de 4/57 et de 8/57 :

	(d_{57})	**(A_{57})**	**(B_{57})**	**(C_{57})**	**(D_{57})**	**(E_{57})**
4/57	2	2	?	?	3	?
8/57	4	4	?	?	4	?

EN GUISE DE CONCLUSION

L'Auteur a donné des *expressions de type « multiple de trois »*. Les autres décompositions de 2/57 que nous pouvons retenir ont toutes comme *quantième principal* un sous-multiple de 1/3 ce qui induit la considération du multiplicateur 2/3 indiqué par l'Auteur. De plus, les expressions des *doublements éventuels* sont plus complexes. Il semble donc que les expressions données par l'Auteur soient les « meilleures ».

Bibliographie

Abdulaziz, 2008, On the Egyptian method of decomposing 2/*n* into fractions, p. 3.
British Museum, 1898, *Facsimile of the Rhind Mathematical Papyrus*, pl. IV-V.
Bruckheimer, Salomon, 1977, Some comments on R. J. Gillings' analysis of the 2/n table in the Rhind Papyrus, p. 450.
Chace, Manning, 1927, *The Rhind Mathematical Papyrus*, p. 56.
Chace, Bull, Manning, 1929, *The Rhind Mathematical Papyrus*, ph. IV-V, pl. 17.

Chace, 1979, *The Rhind Mathematical Papyrus*, p. 31.
Clagett, 1999, *Ancient Egyptian Science*, pp. 128, 334.
Eisenlohr, 1877 (1999), *Ein mathematisches Handbuch der alten Ägypter*, p. 41, pl. V.
Gillain, 1927, *La science égyptienne*, p. 147.
Gillings, 1972 (1982), *Mathematics in the time of the pharaohs*, p. 63.
Gunn, 1926_1, The Rhind Mathematical Papyrus, p. 137.
Knorr, 1982, Techniques of Fractions in Ancient Egypt and Greece, p. 166.
Loria, 1892, Congetture e ricerche sull' aritmetica degli antichi Egiziani, pp. 99, 102.
Peet, 1923, *The Rhind Mathematical Papyrus*, p. 44, pl. C.
Reineke, 1964, *Die Mathematischen Texte der alten Ägypter,* I_{28}, p. 88.
Robins, Shute, 1987, *The Rhind mathematical papyrus*, pl. 5.
Tannery, 1884, Questions héroniennes, p. 335.
Vogel, 1929, *Die Grundlagen der ägyptischen Arithmetik*, p. 120.