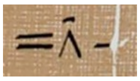
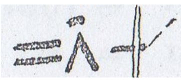
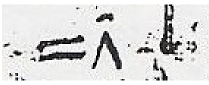
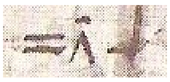
Expressions de 2 à partir de 7

Les diverses reproductions laissent plus ou moins voir trois brisures verticales. La première qui court sur toute la hauteur de la bande où Âhmès a écrit l'exercice R2/7 touche principalement le début de la multiplication de 7 par 4, mais n'en affecte que la dernière ligne. La présence ou l'absence d'un trait oblique devant le chiffre 4 est difficile à établir. Il ne figure pas dans les publications du British Museum[1] et, par suite d'Eisenlohr[2]. Il semble être présent et partiellement effacé dans la reproduction photographique publiée par l'équipe formée par Chace[3]. La marque d'un collage effectué sans doute lors d'une restauration est visible sur la reproduction ajoutée à la réédition partielle de leurs travaux[4] et la trace est peu présente. Il en est de même pour les dernières reproductions que nous pouvons voir dans la publication de Gay Robins et Charles Shute[5] ou sur le site du British Museum.


Fac-similé


Griffith


Chace 1929


Chace 1979


Robins, Shute


Site BM

Pour Francis Llewellyn Griffith, qui a soigneusement collationné le document « *the stroke before 4 is not very distinct, in black ink; possibly it was erased by the scribe, intended to mark in red ink* [6]». Il corrige la translittération d'Eisenlohr en mettant un trait en pointillé. Kurt Vogel[7] l'ignore tandis que Griffith, Eric Peet[8], Chace[9] et Walter Reineke[10] l'indiquent dans leur translittération, Chace le notant en rouge. Nous l'avons transcrit partiellement et, pour la couleur, nous avons choisi le noir.

Comme le note Georg Möller[11], pour écrire le chiffre 4, Âhmès emploie trois marques : quatre barres verticales, quatre points ou encore un trait horizontal. Il est souvent difficile de distinguer les deux premières écritures. Il semble que, pour les multiplicateurs, le scribe ait hésité entre les deux derniers signes. Toutefois, dans les exemples, Âhmès trace toujours un trait tandis que dans les *expressions de deux à partir d'un entier* il écrit indifféremment les points ou le trait. Ici, nous pouvons hésiter, car l'auteur du *Fac-similé* a translittéré la fin du trait. Il a été suivi par Chace. Mais les dernières reproductions photographiques peuvent laisser penser qu'il ne subsiste que les deux derniers points. Toutefois, Griffith a bien examiné le document à propos du trait oblique qui précède le chiffre et, ici, il reste silencieux, tout en transcrivant les multiplicateurs qui précèdent par des points, choisissant alors le chiffre 4 pour le multiplicateur que nous considérons et en adoptant le trait[12]. Nous l'avons suivi en transcrivant la fin d'un trait.

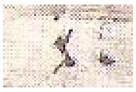
Les deux autres brisures peuvent être facilement restaurées. En effet, la seconde coupe en deux les deux traits horizontaux du chiffre 8 et la troisième celle du quart. Sur ces points,

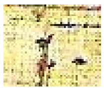
1 British Museum, 1898, *Facsimile of the Rhind Mathematical Papyrus*, pl. I.
2 Eisenlohr, 1877 (1999), *Ein mathematisches Handbuch der alten Ägypter*, pl. I.
3 Chace, Bull, Manning, 1929, *The Rhind Mathematical Papyrus*, ph. I.
4 Chace, 1979, *The Rhind Mathematical Papyrus*, p. 82.
5 Robins, Shute, 1987, *The Rhind mathematical papyrus*, pl. 1.
6 Griffith, 1894, The Rhind Mathematical Papyrus, p. 207, pl. 2.
7 Vogel, 1929, *Die Grundlagen der ägyptischen Arithmetik*, p. 116.
8 Peet, 1923, *The Rhind Mathematical Papyrus*, p. 38, pl. A.
9 Chace, Bull, Manning, 1929, *The Rhind Mathematical Papyrus*, pl. 2.
10 Reineke, 1964, *Die Mathematischen Texte der alten Ägypter,* I_3, 85.
11 Möller, 1909, *Hieratische Paläographie*, n° 617.
12 Griffith, 1894, The Rhind Mathematical Papyrus, p. 207, pl. 2.

lors de leurs transcriptions, les auteurs restent silencieux. En fait, la seconde brisure figure seulement dans les dernières publications du British Museum ce qui explique facilement qu'elle ne soit pas retenue lors des publications antérieures. *A contrario*, un léger trait blanchâtre indique la troisième brisure dans le *Fac-similé* du British Museum, ce que Chace traduit par un trait dans sa translittération hiératique.


Fac-similé


Chace 1929

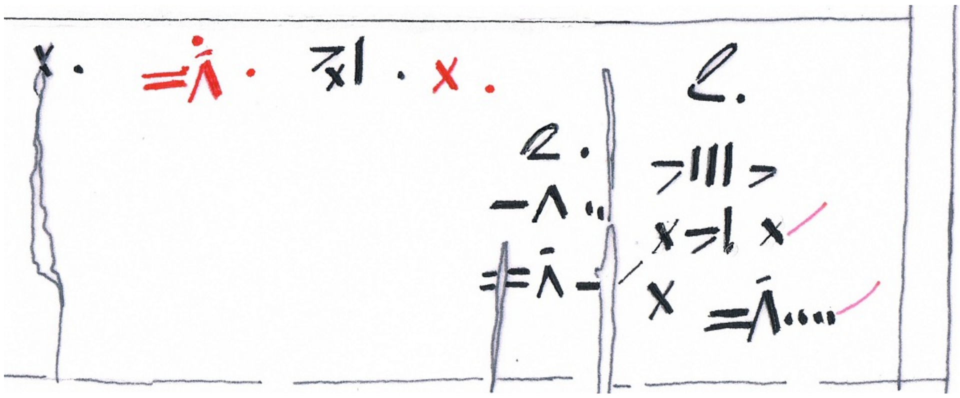

Chace 1979

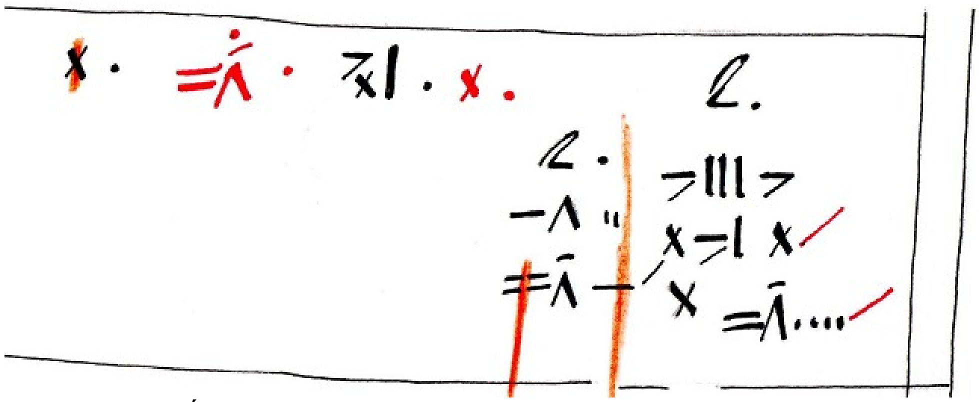

Robins, Shute


Site BM

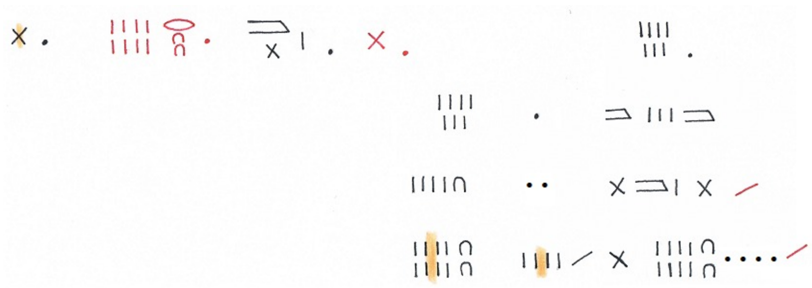
Il semble que la brisure ait étiré le signe du quart et dissocié une de ses barres.

TRANSCRIPTION HIÉRATIQUE

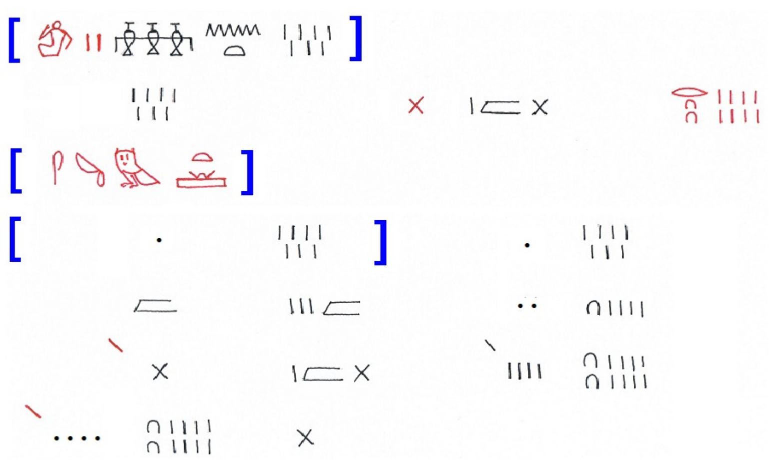




TRANSCRIPTION HIÉROGLYPHIQUE



TRANSCRIPTION HIÉROGLYPHIQUE LIBRE



TRANSLITTÉRATION SAVANTE

L1	· 7					· **4’**·1	2’	4’	· **28’**·	4’
L2	2’ 3 2’		1	7						
L3	\ 4’ 1 2’ 4’		2	14						
L4	\ 4 28 4’		\ 4	28						

TRANSLITTÉRATION VOCALISÉE

L1	· *7*					· **4’**·*1*	*2’*	*4’*	· **28’**·	*4’*
L2	*2’ 3 2’*		*1*	*7*						
L3	\ *4’ 1 2’ 4’*		*2*	*14*						
L4	\ *4 28 4’*		\ *4*	*28*						

TRANSLITTÉRATION VOCALISÉE INDEXÉE

L1	· 7					· **4’**·1	2’	4’[1]	· **28’**·	4’[2]
L2	2’ 3 2’[3]		1_1	7						
L3	\ 4’ 1 2’ 4’		2_1	14						
L4	\ 4_1 28 4’		\[4] 4[5]	28						

1 — À la première ligne, à la différence de la troisième, la croix, en noir, signifiant 1/4 est écrite sous le signe du demi. Cette disposition verticale est exceptionnelle. Nous la retrouvons dans l’exemple R86.

2 — Le signe du quart peut avoir été coupé en deux lors d’une brisure. Voir l’introduction à cet exercice.

3 — On peut observer qu’Âhmès a écrit la marque du demi en traçant deux traits obliques, le supérieur étant plus « gras ».

4 — Nous avons suivi Griffith, qui a soigneusement collationné le document « *the stroke before 4 is not very distinct, in black ink; possibly it was erased by the scribe, intended to mark in red ink* [13]». Voir l’introduction à cet exercice.

5 — Ici aussi, nous avons suivi Griffith. Voir l’introduction à cet exercice.

[13] Griffith, 1894, The Rhind Mathematical Papyrus, p. 207, pl. 2.

TRADUCTION

//1			·[1]	7	**4’**	1 2’ 4’		**28’**	4’
//2			2’	3 2’		1	7		
//3		\	4’	1 2’ 4’		2	14		
//4	\ 4		28[2]	4’	\	4	28		

1 — L’*exemple* R2/7 n’est pas en haut de page et il se présente sous une forme qui est uniquement numérique : il peut paraître difficile de distinguer entre les *expressions* et le *calcul* proposés par l’Auteur. La disposition que nous avons adoptée montre bien la double signification que nous pouvons accorder au point écrit par Âhmès avant le chiffre 7. Il pourrait signifier soit le début des *expressions de 2 à partir de 7*, soit le nombre 1, premier élément de la division de 2 par 7. Conformément aux règles que nous nous sommes fixées, nous ne l’avons pas traduit numériquement.

2 — Âhmès varie son exposition dans cette sorte d’écriture relative aux divisions mettant l’accent tantôt sur le nombre entier tantôt sur le quantième qui lui correspond. Peet traduit toujours sous la forme d’un quantième et Chace d’un nombre. Nous avons respecté l’écrit du scribe et parlé parfois, comme ici, de *multiplicateur présenté sous la forme d’un entier* puisque nous avons le nombre entier 28 et non son inverse que le scribe aurait mis dans le cadre d’une écriture à l’aide d’un *quantième*. En revanche, nous avons disposé les nombres de manière à faciliter leur lecture. Ici, 28 ou 28’ doivent figurer dans la colonne des « multiplicateurs » et 4’ dans celle des « résultats » correspondants, d’où un certain décalage qui est absent dans l’écrit d’Âhmès.

Adaptation

[Exprime 2 à partir de 7**]**

7	**1/4**	1 1/2 1/4	**1/28**	1/4

[Calcul]

		[1	7][1]		1	7
		1/2	3 1/2		2	14
	\	1/4	1 1/2 1/4	\	4	28
\ 4		28	1/4			

1 — Comme nous l’avons indiqué dans l’introduction, lors de nos adaptations, nous ajoutons la présentation générale qui figure en haut de chaque « page » des *expressions de deux à partir d’un entier* ainsi que la référence au calcul et l’initialisation de la division. Nous l’indiquons en les mettant entre crochets droits écrits en bleu.

EXPRESSIONS DE 2 À PARTIR DE 7

Les *expressions fondamentales de 2 à partir de 7* sont :

$$\boxed{\textbf{(d}_7\textbf{)}\quad \frac{2}{7}=\frac{1}{4}+\frac{1}{28} \qquad \text{et} \qquad \textbf{(2}_7\textbf{)}\quad 2=(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4})+\frac{1}{4}.}$$

L'Auteur en fera usage dans les exemples R31, R33, R34 et R69 et, sous la forme d'un *dédoublement*, dans l'exemple R10.

Outre le *Fragment UC 32159-f = K IV. 2* [14]*de El-Lahoun*, les *Tablettes de bois* CG 25 367 et 25 368 *du Musée du Caire*[15] montrent,[16] qu'au Moyen Empire, les scribes égyptiens connaissaient ce résultat pour exprimer le double du quantième 1/7. On « retrouve »[17] la même expression dans un papyrus démotique de l'époque romaine[18], dans les textes attribués à Héron d'Alexandrie, savant grec qui vivait au début de notre ère [19] ou encore dans le *Papyrus byzantin d'Akmîm*[20]. Plus tard, en 1202, lorsqu'il cherche à exprimer les fractions en somme de quantièmes distincts, Léonard de Pise[21] donne aussi ce résultat dans son fameux ouvrage, le *Liber abbaci*. En revanche, dans l'*Ostracon 153* qui date du Nouvel Empire, nous trouvons[22], comme prétexte à un exercice, l'expression à laquelle correspond l'égalité

$$\frac{2}{7}=\frac{1}{6}+\frac{1}{14}+\frac{1}{21}.$$

L'expression des *doublements éventuels* est immédiate :

$$\frac{1}{7}\times 4=(\frac{1}{7}\otimes 2)\otimes 2=(\frac{1}{4}+\frac{1}{28})\otimes 2=(\frac{1}{2\times 2}\otimes 2)+(\frac{1}{2\times 14}\otimes 2)=\frac{1}{2}+\frac{1}{14},$$

$$\frac{1}{7}\times 8=(\frac{1}{7}\times 4)\otimes 2=(\frac{1}{2}+\frac{1}{14})\otimes 2=(\frac{1}{2}\otimes 2)+(\frac{1}{2\times 7}\otimes 2)=1+\frac{1}{7}.$$

14 Nous donnons d'abord la nouvelle côte puis l'ancienne. Voir Imhausen, Ritter, 2004, Mathematical Fragments, p. 93 ; http://www.digitalegypt.ucl.ac.uk/lahun/ucarchivelahun/uc32159-f.jpg.

15 Notons que ces tablettes sont parfois citées d'après le *Journal d'Entrée au Musée du Caire* : respectivement JE 26442 et JE 26441 ou comme *Tablettes d'Akhmîm* d'après le lieu supposé de leur provenance. Ici, CG est une abréviation pour *Catalogue Général des Antiquités du Musée du Caire* publié en 1901 par Georges Daressy ce qui induit des numérotations différentes. Voir notre annexe DT : Les tablettes CG 25367 et CG 25368 du Musée du Caire.

16 Il existe de nombreuses tables que nous n'avons pas ici retenues : voir, par exemple, Fowler, 1987, *The Mathematics of Plato's Academy*, pp. 271-279. Nous avons seulement considéré celles qui nous semblent être les plus importantes et nous nous sommes limités aux expressions des premiers doublements.

17 Nous mettons entre guillemets le verbe « retrouver » car il est assuré que nous avons effectué quelques abus de langage. En effet, nous avons relevé les expressions de divers résultats dont leur origine ou leur obtention peut être traduite, aujourd'hui sous les formes fractionnaires considérées. Par exemple, dans le *Papyrus byzantin d'Akmîm*, nous avons, ici, des résultats qui correspondent aux septièmes de divers nombres, en l'occurrence, 2, 4 et 8 et non pas aux double, quadruple ou octuple du quantième 1/7.

18 Hultsch, 1901, Neue Beiträge zur ägyptischen Teilungsrechnung, p. 181.

19 Tannery, 1884, Questions héroniennes, p. 340.

20 Baillet, 1892, Le Papyrus mathématique d'Akhmîm, pp. 26, 76, 79-80.

21 Léonard de Pise, (1857), *Liber abbaci*, p. 80.

22 Hayes, 1942, *Ostraka and name stones from the tomb of Sen-Mût (n° 71) at Thebes*, pp. 29-30 + pl. XXIX. Par un courrier du 10 juillet 2009, sous la plume de Morena Stefanova, « research associate » au département des antiquités égyptiennes du Musée, nous avons été informés que l'ostracon était dorénavant au Musée du Caire.

Nous « retrouvons » ces expressions des *doublements éventuels* dans les *Tablettes de bois CG 25 367 et CG 25 368 du Musée du Caire*[23] ainsi que dans le papyrus démotique précité et dans le *Papyrus byzantin d'Akmîm*.

DIVISION COMMENTÉE DE 2 PAR 7

Le *quantième principal* est égal à 1/4. Il est *binaire*. Par suite, théoriquement et pratiquement, pour parvenir aux expressions données par l'Auteur, nous sommes conduits à effectuer la division de 2 par 7 en utilisant les *dédoublements successifs* et procéder, comme l'Auteur nous y invite, de la manière suivante :

1	7	(initialisation)
1/2	3 1/2	(dédoublement)
\ 1/4	1 1/2 1/4	(dédoublement)
Manque	1/4	**(2_7)**
\ 1/28	1/4	(inversion-multiplication)

Notre dernière ligne est différente de celle écrite par Âhmès

\ 4 28 4',

car, en indiquant tout d'abord 4, le scribe veut mettre l'accent sur la multiplication de 7 par 4, opération qu'il donne ensuite.

En effet, dans une troisième partie, Âhmès présente ensuite la multiplication auxiliaire de 7 par 4. Cette opération est conduite de manière « classique » à l'aide de *doublements successifs* :

1	7	(initialisation)
2	14	(doublement)
\ 4	28	(doublement)

Cette procédure pour diviser 2 par 7 peut être généralisée et appliquée à ce que nous appelons les « multiples de sept », c'est-à-dire aux nombres de la forme $7k$ où k est un nombre entier impair supérieur à 3 pour lesquels la division de 2 par $7k$ se présente comme suit :

1	$7k$	(initialisation)
1/7	k	(division par sept)
$1/k$	7	(inversion)
$1/2k$	3 1/2	(dédoublement)
\ $1/4k$	1 1/2 1/4	(dédoublement)
Manque	1/4	**(2_7)**
\ $1/28k$	1/4	(inversion-multiplication)

Ceci conduit aux expressions suivantes :

[23] Daressy, 1906, Calculs égyptiens du Moyen Empire, p. 67. Voir aussi notre annexe DT : Les tablettes CG 25367 et CG 25368 du Musée du Caire, pp. 11-13.

$$\textbf{(d}_{7k}\textbf{)} \quad \frac{2}{7k} = \frac{1}{4k} + \frac{1}{28k} \qquad \text{avec} \qquad \textbf{(2}_7\textbf{)} \quad 2 = (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) + \frac{1}{4}.$$

Nous parlons à ce propos d'une *décomposition de type « multiple de sept »* mais nous verrons que, pour les multiples de sept, l'Auteur donne souvent des expressions qui ne relèvent pas de cette forme.

VÉRIFICATION

Théoriquement, l'*expression secondaire principale* peut être considérée comme étant le résultat de la division de 7 par 4. Selon la procédure employée, elle peut donc avoir diverses formes. Toutefois, si nous nous situons dans la perspective des *décompositions égyptiennes simples* où les quantièmes de cette expression sont des multiples du *quantième principal*, nous avons la seule décomposition suivante :

$$Q = \frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4} = 1 + \frac{2+1}{4} = 1 + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}.$$

Nous devons opérer par *dédoublements successifs* :

\ 1	4	(initialisation)
\ 1/2	2	(dédoublement)
\ 1/4	1	(dédoublement)
Total	7	

OBTENTION DU MANQUE

L'obtention du *manque* est immédiate car nous avons à compléter une somme de *quantièmes binaires*. Ici, 1/4 complète 1 1/2 1/4.

ÉTUDE DE QUELQUES DÉCOMPOSITIONS DE 2/7

Le nombre 7 étant premier, il existe une seule *décomposition de 2/7 en deux quantièmes distincts*[24], la décomposition *primaire*[25] :

$$\textbf{(DP}_7\textbf{)} \quad \frac{2}{7} = \frac{2}{7+1} + \frac{2}{7 \times (7+1)} = \frac{2}{8} + \frac{2}{7 \times 8} = \frac{1}{4} + \frac{1}{7 \times 4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}.$$

C'est celle que nous déduisons des expressions données par l'Auteur :

$$\textbf{(d}_7\textbf{)} \quad \frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28} \qquad \text{avec} \qquad \textbf{(2}_7\textbf{)} \quad 2 = (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) + \frac{1}{4}.$$

Il existe une seule *décomposition égyptienne simple* de 2/7 en trois quantièmes :

$$\textbf{(A}_7\textbf{)} \quad \frac{2}{7} = \frac{1}{6} + \frac{1}{14} + \frac{1}{21} = \frac{1}{6} + \frac{1}{7 \times 2} + \frac{1}{7 \times 3} \qquad \text{avec} \qquad 2 = (1 + \frac{1}{6}) + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}.$$

Il n'existe pas de *décomposition égyptienne simple* de 2/7 en quatre quantièmes.

24 Voir l'annexe E 6 : décompositions théoriques en deux quantièmes distincts.
25 Voir aussi l'annexe E 7 : décompositions primaires.

Le *quantième principal* de la décomposition **(A$_7$)** étant égal à 1/6, nous pouvons parvenir à ce nombre en utilisant, lors de la division de 2 par 7, les *multiplicateurs ternaires* :

1	7	(initialisation)
2/3	4 2/3	(« table de deux-tiers »)
1/3	2 1/3	(dédoublement)
\ 1/6	1 1/6	(dédoublement)
Manque	1/2 1/3	**(2$_{101}$)**
\ 1/14	1/2	(inversion-multiplication)
\ 1/21	1/3	(inversion-multiplication)

Quant aux *doublements éventuels*, en utilisant R2/21 ou les « multiples de trois » ainsi que diverses simplifications, nous obtenons les mêmes résultats que ceux que nous avons déduits des expressions données par l'Auteur. En effet, pour le quadruple de 1/7 nous avons :

$$\frac{1}{7}\times 4 = (\frac{1}{7}\otimes 2)\otimes 2 = (\frac{1}{6}+\frac{1}{14}+\frac{1}{21})\otimes 2 = (\frac{1}{2\times 3}\otimes 2)+(\frac{1}{2\times 7}\otimes 2)+(\frac{1}{3\times 7}\otimes 2) =$$
$$= \frac{1}{3}+\frac{1}{7}+\frac{1}{14}+\frac{1}{42} = \frac{1}{3}+(\frac{1}{7}+\frac{1}{42})+\frac{1}{14} = (\frac{1}{3}+\frac{1}{6})+\frac{1}{14} = \frac{1}{2}+\frac{1}{14}.$$

EN GUISE DE CONCLUSION

Petit à petit, l'Auteur lève quelques secrets. Ici, il continue à mettre l'accent sur la division de 2 par l'entier considéré, mais il procède par *dédoublements successifs* au lieu des *multiplicateurs ternaires* utilisés lors de la division de 2 par 5. Les historiens des mathématiques disent habituellement que les scribes égyptiens effectuent les multiplications et les divisions en utilisant des *doublements* et des *dédoublements*. Lors des expressions de deux à partir d'un entier, l'Auteur procède par *dédoublements successifs* seulement en R2/7 et R2/13. Par ailleurs, une telle technique aurait pu être utilisée lors des divisions de 2 respectivement par 19 et 31, conduisant à des expressions plus « commodes » que celles écrites par Âhmès. Autant dire que ce procédé est peu mis en œuvre.

En outre, l'Auteur insiste sur la multiplication du nombre considéré par l'inverse du quantième qui figure implicitement dans le *manque*. D'une part, il présente cette opération, ce qu'il fera rarement et, d'autre part, la dernière ligne du calcul comporte trois termes numériques, 4, 28 et 1/4. Or, le *manque* est égal à 1/4, son inverse est égal à 4 et le résultat de la multiplication de 7 par 4 est égal à 28. Nous retrouverons des présentations analogues dans les autres exercices pour tous les quantièmes figurant dans le *manque*, l'Auteur mettant tantôt l'accent sur le résultat entier de la multiplication, ici, 28, tantôt sur son inverse qui doit figurer dans l'expression de la décomposition cherchée, ici, ce serait 1/28. Notons qu'il faudra attendre l'exercice R2/17 pour que l'Auteur considère, explicitement, le *manque* et dévoile ainsi toute la portée de cette pratique.

Avec toutes les précautions d'usage, il semble que la *décomposition* donnée par l'Auteur soit la « meilleure » possible : nombre minimal de quantièmes, quantièmes inverses de nombres multiples de 4, obtention aisée par division à l'aide de *dédoublements successifs*, *manque* immédiat et enfin quantièmes assez grands sans oublier les expressions immédiates des *doublements éventuels*. Aujourd'hui, nous pouvons regretter que l'Auteur n'ait pas profité plus largement de ces avantages en les utilisant pour tous les multiples de sept. Par ailleurs, il nous arrivera souvent de rejeter des *décompositions* comportant des quantièmes inverses de multiples de 7. Ici, pour le dernier quantième, nous ne pouvons pas y échapper : il s'agit du « double » de un septième, le nombre 7 est premier et la décomposition est *primaire*.

Il n'en demeure pas moins que les scribes égyptiens peuvent, à l'occasion, utiliser la *décomposition égyptienne simple* **(A_7)** en trois quantièmes comme le prouve le deuxième exercice de l'*Ostracon 153* [26]. Par ailleurs, nous pouvons ajouter que le choix de la décomposition en deux quantièmes **(d_7)** a, peut-être, une certaine utilité dans le domaine métrologique, plus exactement, lorsque nous considérons les divisions de la *coudée royale* puisque cette unité de mesure de longueur vaut 7 paumes ou encore 28 doigts, une paume valant 4 doigts. En effet, nous retrouvons ainsi les inverses 4 et 28 des quantièmes de la décomposition **(d_7)** de 2/7 que nous déduisons des propos de l'Auteur. Nous pouvons en déduire que deux paumes valent un quart de coudée et un doigt.

Bibliographie

Abdulaziz, 2008, On the Egyptian method of decomposing 2/*n* into fractions, p. 3.
British Museum, 1898, *Facsimile of the Rhind Mathematical Papyrus*, pl. I.
Bruckheimer, Salomon, 1977, Some comments on R. J. Gillings' analysis of the 2/n table in the Rhind Papyrus, p. 450.
Bruins, 1952, Ancient Egyptian Arithmetic: 2/*N*, pp. 85, 87, 90-91.
Bruins, 1957, Platon et la table égyptienne 2/*n*, pp. 254, 256, 258.
Cantor, 1907, *Vorlesungen über die Geschichte der Mathematik*, pp. 66-69.
Chace, 1979, *The Rhind Mathematical Papyrus*, pp. 28, 82, 86-87.
Chace, Bull, Manning, 1929, *The Rhind Mathematical Papyrus*, ph. I, pl. 2.
Chace, Manning, 1927, *The Rhind Mathematical Papyrus*, p. 50.
Clagett, 1999, *Ancient Egyptian Science*, pp. 122, 326.
Eisenlohr, 1877 (1999), *Ein mathematisches Handbuch der alten Ägypter*, p. 36, pl. I.
Giacardi, Roero, 1979, *La matematica delle civiltà arcaiche, Egitto, Mesopotamia, Grecia*, pp. 77-78.
Gillain, 1927, *La science égyptienne*, p. 132.
Gillings, 1972 (1982), *Mathematics in the time of the pharaohs*, p.54.
Gillings, 1974, The Recto of the Rhind Mathematical Papyrus, pp. 291, 293-294.
Griffith, 1894, The Rhind Mathematical Papyrus, pp. 202, 205-207.
Guitel, 1975, *Histoire comparée des numérations écrites*, pp. 103, 105, 111.
Hultsch, 1901, Neue Beiträge zur ägyptischen Teilungsrechnung, pp. 180-181.
Imhausen, Ritter, 2004, Mathematical Fragments : UC 32114B, UC 32118B, UC 32134A+B, UC 32159-UC 32162, *in* Collier, Quirk, 2004, *The UCL Lahun Papyri*, pp. 92-93.
Knorr, 1982, Techniques of Fractions in Ancient Egypt and Greece, pp. 136-137, 140, 166.
Loria, 1892, Congetture e ricerche sull' aritmetica degli antichi Egiziani, pp.99, 101.
Midonick, 1968, *The Treasury of Mathematics*, p. 85.
Möller, 1909, *Hieratische Paläographie*.
Peet, 1923, *The Rhind Mathematical Papyrus*, p. 38, pl. A.
Reineke, 1964, *Die Mathematischen Texte der alten Ägypter,* I_3, 85.
Ritter, 2000, Egyptian mathematics *in* Selin, 2000, *Mathematics across cultures*, pp. 129-131.
Robins, Shute, 1987, *The Rhind mathematical papyrus*, pl. 1-2.
Tannery, 1884, Questions héroniennes, pp. 331, 336.
Van der Waerden, 1938, Die Entstehungsgeschichte der ägyptischen Bruchrechnung, pp. 360, 363, 380, 382.
Van der Waerden, 1954 (1975), *Science Awakening*, pp. 24-25.

[26] Voir notre annexe DO : l'Ostracon 153.

Van der Waerden, 1980, The (2: n) Table in the Rhind Papyrus, pp. 261-266, 270.
Vogel, 1929, *Die Grundlagen der ägyptischen Arithmetik*, p. 116.
Vogel, 1929, Erweitert die Lederrolle unsere Kenntnis ägyptischer Mathematik? p. 404.
Wieleitner, 1927_2, „Die Grundlagen der ägyptischen Bruchrechnung", p. 233.