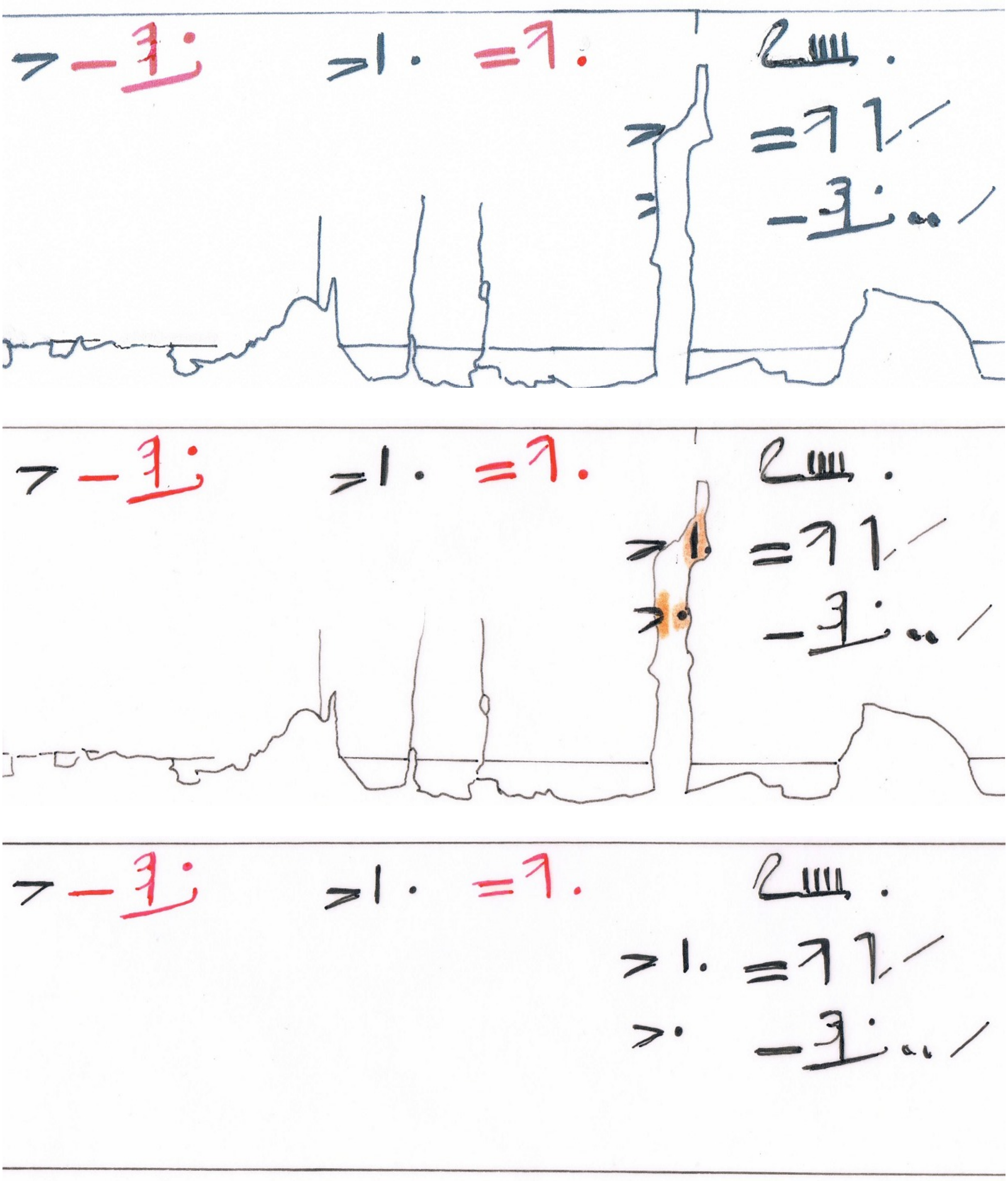
Expressions de 2 à partir de 87

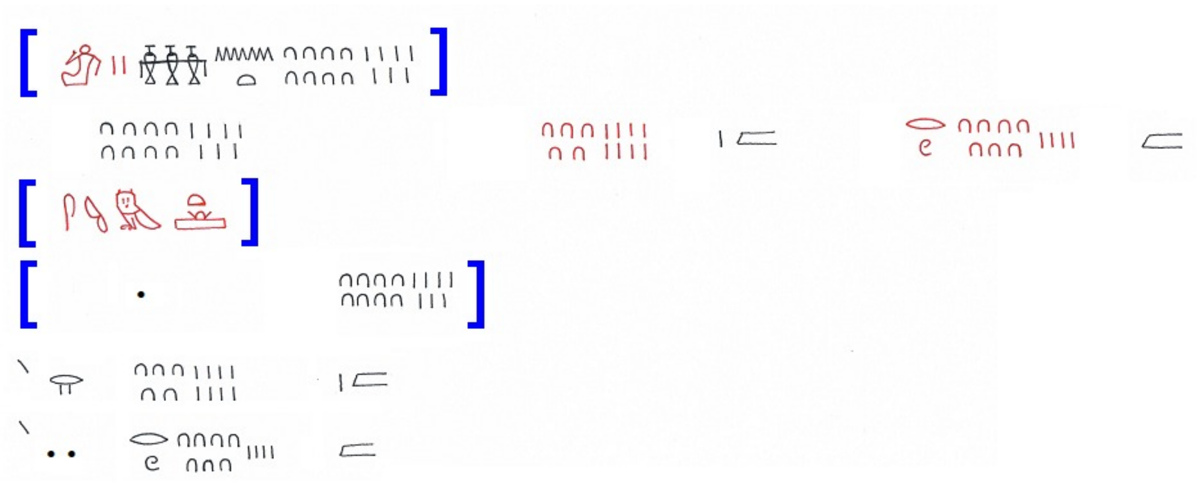
Un manque affecte le début des résultats écrits par Âhmès dans la partie calcul. Nous pouvons facilement les restituer en utilisant ceux que nous lisons à la première ligne. Toutefois, la présence ou l'absence de points de séparation reste en suspens. Lors de notre restitution, nous les avons considérés.

TRANSCRIPTION HIÉRATIQUE



TRANSCRIPTION HIÉROGLYPHIQUE

TRANSCRIPTION HIÉROGLYPHIQUE LIBRE



TRANSLITTÉRATION SAVANTE

L_1	*· 87* ***· 58*** *· 1 2'* ***174'*** *2'*
L_2	*\ 3'' 58 <1>2'*
L_3	*\ 2 174' 2'*

TRANSLITTÉRATION VOCALISÉE

L_1	*· 87* ***· 58**** *· 1 2'* ***174'*** *2'*
L_2	*\ 3'' 58 <1>2'*
L_3	*\ 2 174' 2'*

TRANSLITTÉRATION VOCALISÉE INDEXÉE

L_1	·[1] 87 **· 58*** · 1 2' **174'** 2'
L_2	\ 3'' 58 <1[2]> 2'
L_3	\ 2_1 174' 2'[3]

1 — À noter le retour du point au début de la première ligne.

3 — Le chiffre 1 est dans une lacune.

2 — Le début du signe du demi est dans une lacune.

Traduction

$//_1$	·	87		**58***	1	2’	**174’**	2’
$//_2$	\ 3’’	58	<1> 2’					
$//_3$	\ 2	174’	2’					

ADAPTATION

[Exprime 2 à partir de 87**]**

87	**1/58**	1	1/2	**1/174**	1/2

[Calcul]

	[1	87]
\ 2/3	58	1 1/2
\ 2	174	1/2

EXPRESSIONS DE 2 À PARTIR DE 87

Les *expressions fondamentales de 2 à partir de* 87 sont :

$$\textbf{(d}_{87}\textbf{)} \quad \frac{2}{87} = \frac{1}{58} + \frac{1}{174} \qquad \text{et} \qquad \textbf{(2}_{87}\textbf{)} \quad 2 = (1 + \frac{1}{2}) + \frac{1}{2}.$$

Pour exprimer les *doublements éventuels*, en utilisant **(2_{29})** et **(2_{87})**, nous obtenons des décompositions de 4/87 et de 8/87 qui sont ainsi, respectivement, en deux et quatre quantièmes :

$$\frac{1}{87} \times 4 = (\frac{1}{87} \otimes 2) \otimes 2 = (\frac{1}{58} + \frac{1}{174}) \otimes 2 = (\frac{1}{2 \times 29} \otimes 2) + (\frac{1}{2 \times 87} \otimes 2) = \frac{1}{29} + \frac{1}{87} \;;$$

$$\frac{1}{87} \times 8 = (\frac{1}{87} \times 4) \otimes 2 = (\frac{1}{29} + \frac{1}{87}) \otimes 2 = (\frac{1}{29} \otimes 2) + (\frac{1}{87} \otimes 2) = \frac{1}{24} + \frac{1}{58} + \frac{1}{174} + \frac{1}{232} + \frac{1}{58} + \frac{1}{174} =$$

$$= \frac{1}{24} + (\frac{1}{58} + \frac{1}{58}) + (\frac{1}{174} + \frac{1}{174}) + \frac{1}{232} = \frac{1}{24} + \frac{1}{29} + \frac{1}{87} + \frac{1}{232}.$$

DIVISION COMMENTÉE DE 2 PAR 87

Les calculs écrits par Âhmès et la *décomposition de deux* **(2_{87})** montrent que les expressions données par l'Auteur peuvent être rangées dans le cadre général des *décompositions de type « multiple de trois »*. Nous proposons la division suivante :

1	87	(initialisation)
2/3	58	(« table de deux-tiers »)
\ 1/58	1 1/2	(inversion)
Manque	1/2	**(2_{87})**
\ 1/174	1/2	(inversion-multiplication)

ÉTUDE DE QUELQUES DÉCOMPOSITIONS DE 2/87

Le nombre 87 étant le produit de deux nombres premiers distincts, à savoir 3 et 29, il existe quatre *décompositions* de 2/57 en deux quantièmes différents :

$$\frac{2}{87} = \frac{1}{44} + \frac{1}{3828} = \frac{1}{45} + \frac{1}{1305} = \frac{1}{48} + \frac{1}{464} = \frac{1}{58} + \frac{1}{174}.$$

En dehors de la décomposition « donnée » par l'Auteur, seule la *décomposition composée*

$$\textbf{(A}_{87}\textbf{)} \quad \frac{2}{87} = \frac{1}{48} + \frac{1}{464} \quad \text{avec} \quad 2 = (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16}) + (\frac{1}{8} + \frac{1}{16}),$$

a tous ses quantièmes supérieurs à 1/1000.

Il n'existe pas de *décomposition égyptienne simple* de 2/87 en trois quantièmes.

La *décomposition composée*

(DC₈₇) $\frac{2}{87}=\frac{2}{3\times 29}=\frac{2}{(3+29)\times 3}+\frac{2}{(3+29)\times 29}=\frac{1}{16\times 3}+\frac{1}{16\times 29}=\frac{1}{48}+\frac{1}{464}$

$$\text{avec}\quad 2=(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{16})+(\frac{1}{8}+\frac{1}{16}),$$

présente un intérêt certain pour les *doublements éventuels* puisque ses quantièmes sont des sous-multiples du quantième binaire 1/16

$$\frac{2}{87}=\frac{1}{48}+\frac{1}{464}\ ,\ \frac{4}{87}=\frac{1}{24}+\frac{1}{232}\ ,\ \frac{8}{87}=\frac{1}{12}+\frac{1}{116}\ ,\ \frac{16}{87}=\frac{1}{6}+\frac{1}{58}\ ,\ \frac{32}{87}=\frac{1}{3}+\frac{1}{29}.$$

Les divisions de 87 respectivement par 48 et 464 sont immédiates puisqu'il suffit d'utiliser les *dédoublements successifs*. Autrement dit, cette *décomposition composée* est aisément accessible :

\ 1	48	(initialisation)
\ 1/2	24	(dédoublement)
\ 1/4	12	(dédoublement)
1/8	6	(dédoublement)
\ 1/16	3	(dédoublement)

1	464	(initialisation)
1/2	232	(dédoublement)
1/4	116	(dédoublement)
\ 1/8	58	(dédoublement)
\ 1/16	29	(dédoublement)

EN GUISE DE CONCLUSION

L'Auteur a donné des *expressions de type « multiple de trois »*. Une fois de plus, nous pouvons hésiter entre la procédure employée pour les « multiples de trois » et les expressions déduites de la *décomposition composée*

(DC₈₇) $\frac{2}{87}=\frac{1}{48}+\frac{1}{464}$ avec $2=(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{16})+(\frac{1}{8}+\frac{1}{16})$.

Nous pouvons considérer que nous avons un témoignage de la prévalence du procédé à l'aide du deux-tiers ainsi que d'un certain rejet des *dédoublements successifs* conduisant au 1/48. En plus, l'*expression secondaire principale*, à savoir,

$$\frac{1}{48}\times 87=87\times\frac{1}{48}=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{16},$$

conduit à un manque égal à 1/8 1/16, donc à une décomposition en trois termes, ce qui peut encore expliquer, si une telle perspective a été envisagée, le choix de l'Auteur. *A contrario*, pour les *doublements éventuels*, l'expression donnée par l'Auteur est peu commode.

Bibliographie

Abdulaziz, 2008, On the Egyptian method of decomposing 2/*n* into fractions, p. 3.
British Museum, 1898, *Facsimile of the Rhind Mathematical Papyrus*, pl. VI.
Bruckheimer, Salomon, 1977, Some comments on R. J. Gillings' analysis of the 2/n table in the Rhind Papyrus, p. 450.
Chace, Manning, 1927, *The Rhind Mathematical Papyrus*, p. 59.
Chace, Bull, Manning, 1929, *The Rhind Mathematical Papyrus*, ph. VI-VII, pl. 29.
Chace, 1979, *The Rhind Mathematical Papyrus*, p. 32.
Clagett, 1999, *Ancient Egyptian Science*, pp. 132, 340.
Eisenlohr, 1877 (1999), *Ein mathematisches Handbuch der alten Ägypter*, p. 44, pl. VII.
Gillain, 1927, *La science égyptienne*, p. 154.
Gillings, 1972 (1982), *Mathematics in the time of the pharaohs*, p. 66.
Gunn, 1926_1, The Rhind Mathematical Papyrus, p. 137.
Knorr, 1982, Techniques of Fractions in Ancient Egypt and Greece, p. 166.
Loria, 1892, Congetture e ricerche sull' aritmetica degli antichi Egiziani, pp. 100, 102.
Peet, 1923, *The Rhind Mathematical Papyrus*, p. 46, pl. D.
Reineke, 1964, *Die Mathematischen Texte der alten Ägypter,* I_{43}, p. 90.
Robins, Shute, 1987, *The Rhind mathematical papyrus*, pl. 6-7.
Tannery, 1884, Questions héroniennes, p. 335.
Vogel, 1929, *Die Grundlagen der ägyptischen Arithmetik*, p. 127.