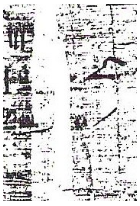
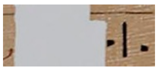
Expressions de 2 à partir de 93

Le texte relatif aux *expressions de 2 à partir de 93* nous est parvenu de manière incomplète. La plupart des restitutions que nous proposons sont sûres.

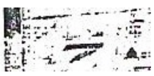
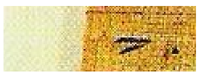



Fac-similé[1] Chace[2] Robins, Shute[3] Site BM

Deux faits concourent à ce manque. Le premier est relatif à la brisure du papyrus qui court au début des expressions R2/89 à R2/95. À sa droite, les divers travaux de restauration qui ont été entrepris ont sans doute entraîné un glissement vertical d'une partie du papyrus à cet endroit. En effet, dans la transcription hiératique donnée par l'auteur du *Fac-similé du British Museum* ainsi que dans les reproductions photographiques publiées par l'équipe formée autour de Chace, nous constatons que ce glissement s'opère légèrement vers le haut alors que, dans la photographie produite par G. Robbins et C. Shute, ou dans celle que nous trouvons sur le site du British Museum, il est fortement dirigé vers le bas. Ici, par exemple, ce décalage est particulièrement visible à la troisième ligne. De plus, cette fois, à gauche de la brisure, le papyrus est plus pâle et sans écriture. Ou bien l'écriture a été effacée ou bien un « fragment » a été mal placé.




Quant au second manque, fort heureusement, il affecte, à la première ligne, un seul signe numérique. Nous pouvons aisément le restituer car il s'agit du signe de la moitié dont nous lisons seulement le début.


Enfin, comme le remarquait Francis Griffith lors de son examen minutieux du *Papyrus Rhind*, le *Fac-similé* et, par suite, l'édition d'Eisenlohr, laissent voir une anomalie : « *omit 1/5.. :the fragment shows 1/100, not 1/500, and has to be inserted in 99* [4]». Ceci a été corrigé lors d'une restauration : voir les dernières reproductions.

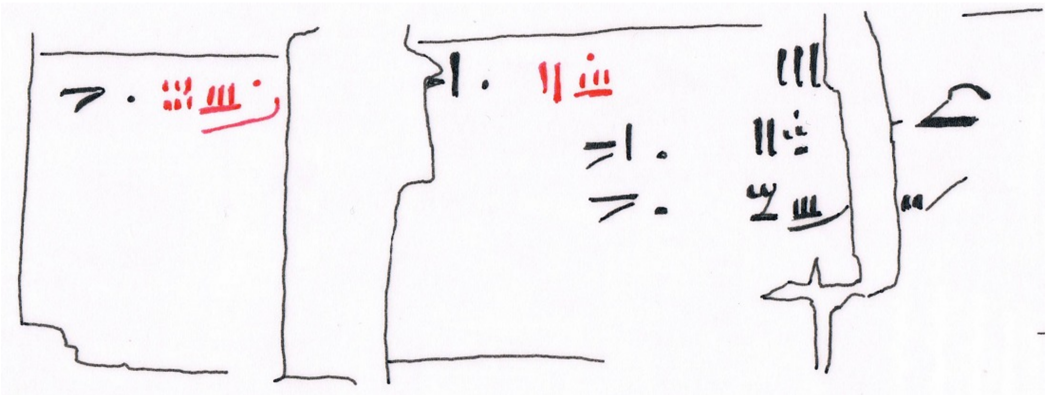
[1] British Museum, 1898, *Facsimile of the Rhind Mathematical Papyrus in the British Museum*, pl. VI.

[2] Chace, Bull, Manning, 1929, *The Rhind Mathematical Papyrus*, ph. VII-VIII. Comme de nombreux auteurs, le plus souvent, nous omettrons le nom des collaborateurs de Chace.

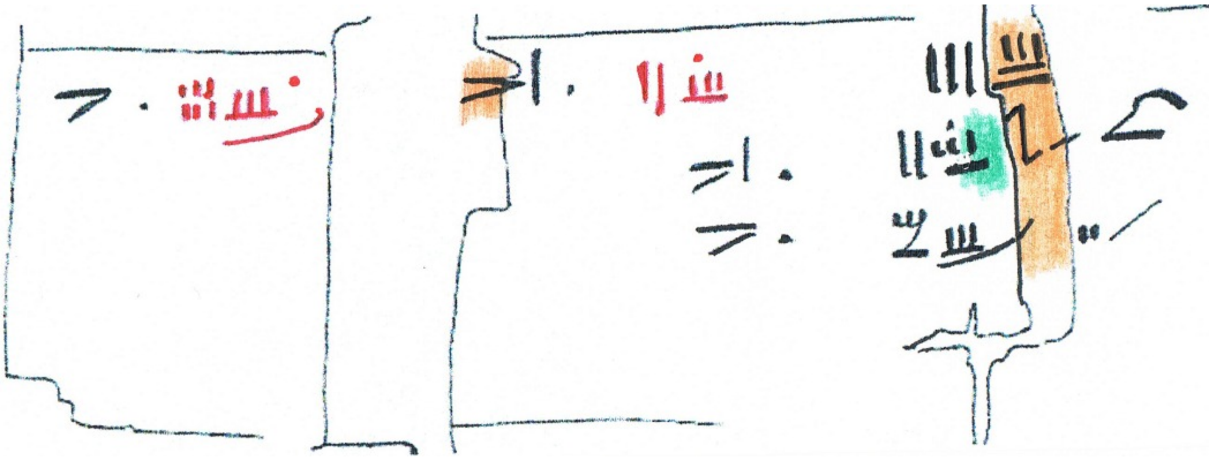
[3] Robins, Shute, 1987, *The Rhind Mathematical Papyrus, an ancient Egyptian text*, pl. 7.

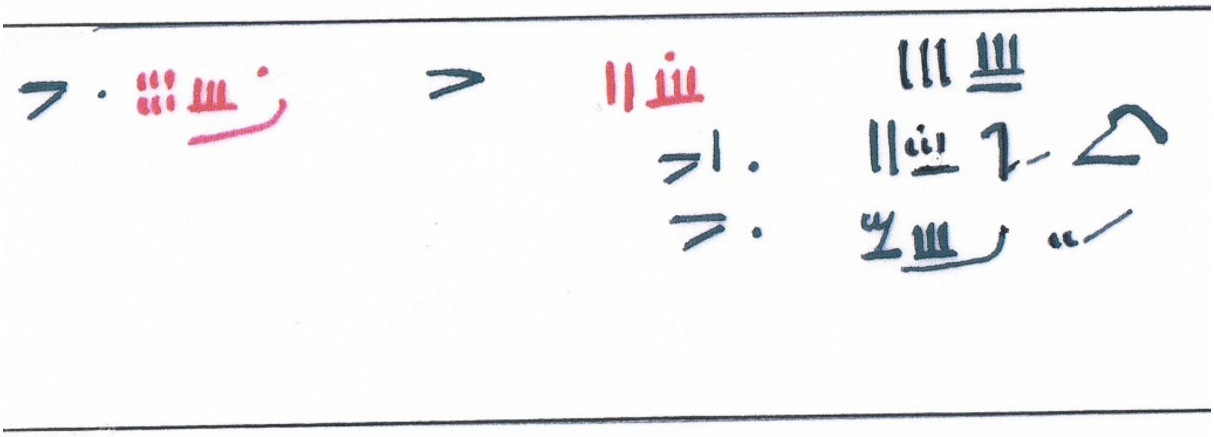
[4] Griffith, 1894, The Rhind Mathematical Papyrus, p. 208.

TRANSCRIPTION HIÉRATIQUE

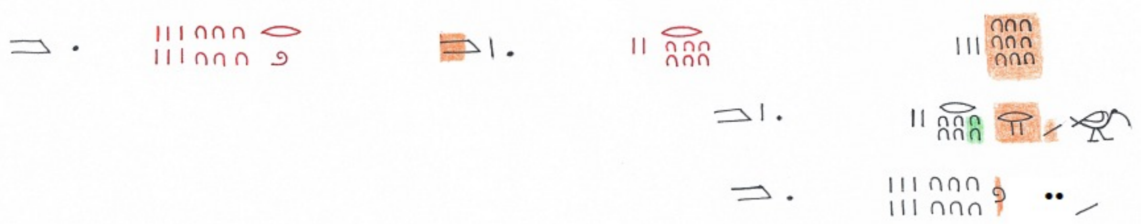


Avec restitutions

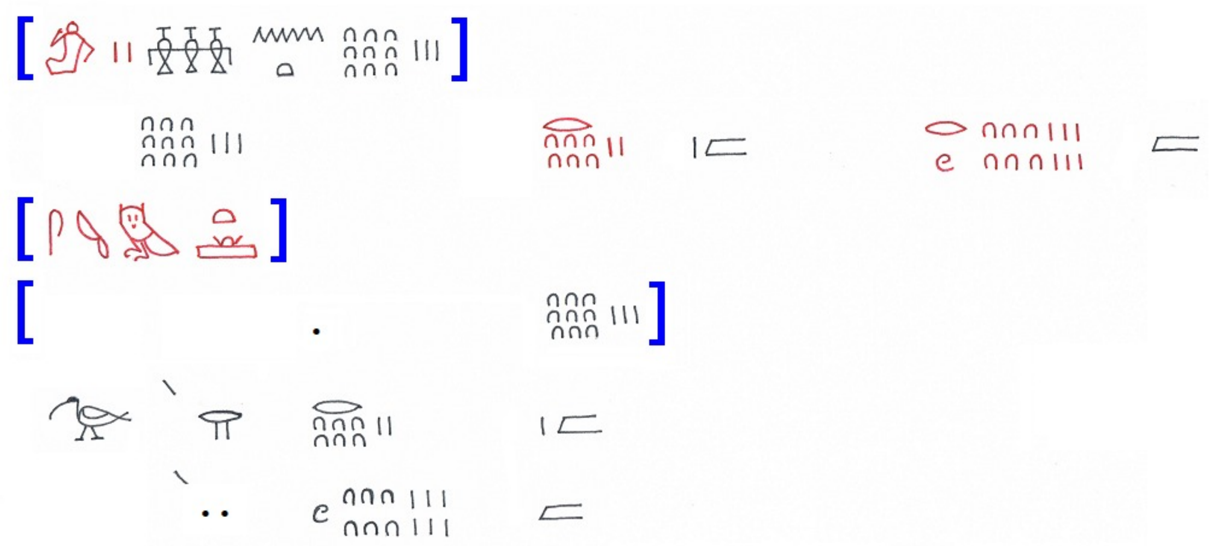




TRANSCRIPTION HIÉROGLYPHIQUE



TRANSCRIPTION HIÉROGLYPHIQUE LIBRE



TRANSLITTÉRATION SAVANTE

L1 *<9>3* ***62'*** *· 1 2'* ***166'*** *· 2'*
L2 *gm \ <3''> 62'* *· 1 2'*
L3 *\ 2 166* *· 2'*

TRANSLITTÉRATION VOCALISÉE

L1 *<9>3* ***62'*** *· 1 2'* ***166'*** *· 2'*
L2 *gèm \ <3''> 62'* *· 1 2'*
L3 *\ 2 166* *· 2'*

TRANSLITTÉRATION VOCALISÉE INDEXÉE

L_1 [1]<9>3 **62’** · 1 2’[2] **166_1’**[3] · 2’

L_2 gèm$_1$ <\[4] 3’’ 6>2’ · 1 2’

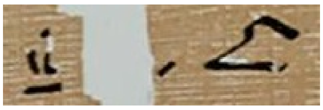
L_3 \ 2_1 166_2[5] · 2’

1 — Nous avons une brisure à cet endroit. Nous pouvons penser que le scribe avait écrit le chiffre 90. En revanche, nous ne savons pas s’il l’avait fait précéder d’un point.

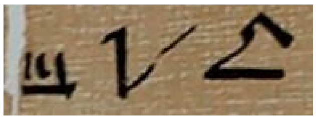
2 — Un morceau de papyrus est manquant. Seul subsiste, pour la marque du demi, l’une des « pointes ».

3 — Âhmès a écrit à chaque fois le nombre 166 au lieu de 186.

4 — De part et d’autre de la brisure subsistent le début d’un trait oblique et la majeure partie du chiffre 60 surmonté du point indiquant le quantième. Reste à combler le vide entre ces marques. Tous les traducteurs optent pour la présence du trait oblique de sommation suivi du signe du chiffre 60 surmonté du point indiquant le quantième. Or, à partir de R2/21, pour toutes les « *expressions de deux à partir d’un multiple de trois* », l’Auteur emploie la « même » présentation incluant le multiplicateur deux-tiers mais excluant l’injonction « *Vérifie !* ». Ici, il écrit cette injonction qu’il reprendra lors du dernier exercice de ce type, à savoir, R2/99, tout en la faisant suivre de la marque du deux-tiers. Nous pouvons donc nous interroger sur la présence ou l’absence de ces deux signes. Nous savons que, de manière générale, Âhmès est peu soucieux d’écrire les traits de sommation. Toutefois, dans le cas des « multiples de trois » ceux-ci sont toujours écrits bien au-dessus de la base du signe numérique qui correspond au multiplicateur deux-tiers : voir ci-dessous en R2/99



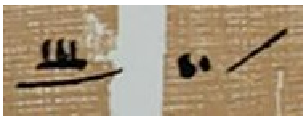
R2/93



R2/99

Autrement dit, il nous semble que l’hypothèse du trait de sommation doit être abandonnée au profit du signe du deux-tiers dont ne subsisterait que le petit trait oblique qui est écrit à sa base.

5 — Il est difficile de se prononcer sur la présence ou l’absence du point indiquant le quantième. Peet et W. Reineke le considèrent tandis qu’Eisenlohr et Chace ne le prennent pas en compte. En fait, la marque du signe de la centaine est assez pâle et il semble qu’un « fragment » ait été ajouté au bord de la brisure.



La comparaison avec l’écriture correspondante du même nombre à la première ligne montre que le point indiquant le quantième aurait eu sa place sur ce « fragment » ce qui ne permet pas de conclure de manière assurée. De plus, nous savons que, même pour les « multiples de trois », l’Auteur adopte des écritures différentes. Il insiste sur les entiers seulement en R2/27, et, sur le quantième puis sur l’entier seulement en R2/21. Devant tant d’incertitude nous avons suivi un point de vue « statistique » en penchant pour le quantième.

Traduction

//$_1$			<9>3	**62’**	1 2’		**166’**	2’
//$_2$	Vérifie !	<3’’>	62’	1 2’				
//$_3$		\ 2	166	2’				

ADAPTATION

[Exprime 2 à partir de 93**]**

	93		**1/62**	1 1/2	**1/186**	1/2

[Calcul]

		[1	93]
Vérifie !	\ 2/3	1/62	1 1/2
	\ 2	186	1/2

EXPRESSIONS DE 2 À PARTIR DE 93

Les *expressions fondamentales* corrigées *de 2 à partir de 93* sont :

$$\boxed{\textbf{(d}_{\textbf{93}}\textbf{)}\quad \frac{2}{93}=\frac{1}{62}+\frac{1}{186} \qquad \text{et} \qquad \textbf{(2}_{\textbf{93}}\textbf{)}\quad 2=(1+\frac{1}{2})+\frac{1}{2}.}$$

Pour exprimer les *doublements éventuels*, en utilisant **(2$_{31}$)** et **(2$_{93}$)**, nous obtenons des décompositions de 4/93 et de 8/93 qui sont ainsi respectivement en deux et cinq quantièmes :

$$\frac{1}{93}\times 4=(\frac{1}{93}\otimes 2)\otimes 2=(\frac{1}{62}+\frac{1}{186})\otimes 2=(\frac{1}{2\times 31}\otimes 2)+(\frac{1}{2\times 93}\otimes 2)=\frac{1}{31}+\frac{1}{93}\ ;$$

$$\frac{1}{93}\times 8=(\frac{1}{93}\times 4)\otimes 2=(\frac{1}{31}+\frac{1}{93})\otimes 2=(\frac{1}{31}\otimes 2)+(\frac{1}{93}\otimes 2)=\frac{1}{20}+\frac{1}{124}+\frac{1}{155}+\frac{1}{62}+\frac{1}{186}.$$

Cette dernière expression comporte cinq quantièmes. Toutefois, si nous utilisons la *décomposition primaire*

$$\textbf{(DP}_{\textbf{31}}\textbf{)}\quad \frac{2}{31}=\frac{1}{16}+\frac{1}{496} \qquad \text{avec} \qquad 2=(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16})+\frac{1}{16}$$

différente de **(d$_{31}$)**, nous avons :

$$\frac{1}{93}\times 8=(\frac{1}{93}\times 4)\otimes 2=(\frac{1}{31}\otimes 2)+(\frac{1}{93}\otimes 2)=\frac{1}{16}+\frac{1}{496}+\frac{1}{62}+\frac{1}{186}.$$

DIVISION COMMENTÉE DE 2 PAR 93

Les calculs écrits par Âhmès et la *décomposition de deux* **(2$_{93}$)** montrent que les expressions données par l'Auteur peuvent être rangées dans le cadre général des *décompositions de type « multiple de trois »*. Nous proposons la division suivante :

1	93	(initialisation)
2/3	62	(« table de deux-tiers »)
\ 1/62	1 1/2	(inversion)
Manque	1/2	**(2$_{93}$)**
\ 1/186	1/2	(inversion-multiplication)

ÉTUDE DE QUELQUES DÉCOMPOSITIONS DE 2/93

Le nombre 93 étant le produit de deux nombres premiers distincts, à savoir 3 et 31, il existe quatre *décompositions* de 2/93 en deux quantièmes différents :

$$\frac{2}{93}=\frac{1}{47}+\frac{1}{4371}=\frac{1}{48}+\frac{1}{1488}=\frac{1}{51}+\frac{1}{527}=\frac{1}{62}+\frac{1}{186}.$$

En dehors de la décomposition donnée par l'Auteur, seule la *décomposition composée*

$$\textbf{(A}_{93}\textbf{)} \quad \frac{2}{93} = \frac{1}{51} + \frac{1}{527} \quad \text{avec} \quad 2 = (1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{102} + \frac{1}{408}) + (\frac{1}{9} + \frac{1}{17} + \frac{1}{53}),$$

a tous ses quantièmes supérieurs à 1/1000.

Il existe aussi deux *décompositions égyptiennes simples* de 2/93 en trois quantièmes :

$$\textbf{(B}_{93}\textbf{)} \quad \frac{2}{93} = \frac{1}{54} + \frac{1}{558} + \frac{1}{837} = \frac{1}{54} + \frac{1}{93 \times 6} + \frac{1}{93 \times 9} \quad \text{avec} \quad 2 = (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}) + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} \ ;$$

$$\textbf{(C}_{93}\textbf{)} \quad \frac{2}{93} = \frac{1}{60} + \frac{1}{372} + \frac{1}{465} = \frac{1}{60} + \frac{1}{93 \times 4} + \frac{1}{93 \times 5} \quad \text{avec} \quad 2 = (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{20}) + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}.$$

La *décomposition composée*

$$\textbf{(A}_{93}\textbf{)} \quad \frac{2}{93} = \frac{2}{3 \times 31} = \frac{2}{(3+31) \times 3} + \frac{2}{(3+31) \times 29} = \frac{1}{51} + \frac{1}{527}$$

$$\text{avec} \quad 2 = (1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{102} + \frac{1}{408}) + (\frac{1}{9} + \frac{1}{17} + \frac{1}{53}),$$

présente peu d'intérêt pour les doublements éventuels puisque ses quantièmes sont des sous-multiples du quantième 1/17.

La *décomposition égyptienne simple* de 2/93 en trois quantièmes

$$\textbf{(B}_{93}\textbf{)} \quad \frac{2}{93} = \frac{1}{54} + \frac{1}{558} + \frac{1}{837} = \frac{1}{54} + \frac{1}{93 \times 6} + \frac{1}{93 \times 9} \quad \text{avec} \quad 2 = (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}) + \frac{1}{6} + \frac{1}{9},$$

présente peu d'intérêt tant pour les *doublements éventuels* que pour l'introduction de son *quantième principal* 1/54.

Enfin, la *décomposition égyptienne simple* de 2/93 en trois quantièmes

$$\textbf{(C}_{93}\textbf{)} \quad \frac{2}{93} = \frac{1}{60} + \frac{1}{372} + \frac{1}{465} = \frac{1}{60} + \frac{1}{93 \times 4} + \frac{1}{93 \times 5} \quad \text{avec} \quad 2 = (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{20}) + \frac{1}{4} + \frac{1}{5},$$

peut être prise en considération. Nous pouvons l'obtenir en divisant 2 par 93 comme suit :

1	93	(initialisation)
2/3	62	(« table de deux-tiers »)
1/3	31	(dédoublement)
1/6	15 1/2	(dédoublement)
1/10 de 1/6	1 1/2 1/20	(division par dix)
\ 1/60	1 1/2 1/20	(simplification)
Manque	1/4 1/5	(2_{31})
\ 1/372	1/4	(inversion-multiplication)
\ 1/465	1/5	(inversion-multiplication)

Quant aux *doublements éventuels*, nous avons :

$$\frac{1}{93}\times 4=(\frac{1}{93}\otimes 2)\otimes 2=(\frac{1}{60}+\frac{1}{372}+\frac{1}{465})\otimes 2=(\frac{1}{2\times 30}\otimes 2)+(\frac{1}{2\times 186}\otimes 2)+(\frac{1}{3\times 155}\otimes 2)=$$
$$=\frac{1}{30}+\frac{1}{186}+\frac{1}{310}+\frac{1}{930}\ ;$$

$$\frac{1}{93}\times 8=(\frac{1}{93}\times 4)\otimes 2=(\frac{1}{30}+\frac{1}{186}+\frac{1}{310}+\frac{1}{930}\ )\otimes 2=$$
$$=(\frac{1}{2\times 15}\otimes 2)+(\frac{1}{2\times 93}\otimes 2)+(\frac{1}{2\times 155}\otimes 2)+(\frac{1}{2\times 465}\otimes 2)=\frac{1}{15}+\frac{1}{93}+\frac{1}{155}+\frac{1}{465}.$$

En résumé, pour les *doublements éventuels*, nous avons le tableau suivant indiquant le nombre de quantièmes figurant dans les expressions précitées de 4/93 et de 8/93 :

	(d_{93})	**(A_{93})**	**(B_{93})**	**(C_{93})**
4/93	2	?	?	4
8/93	5	?	?	4

EN GUISE DE CONCLUSION

L'Auteur a donné des *expressions de type « multiple de trois »*. De la brève étude que nous avons menée, il ressort que nous devons, une fois de plus, être très prudents dans nos affirmations. Si nous retenons les expressions données par l'Auteur en R2/31, nous obtenons pour l'octuple du quantième 1/93, une décomposition en cinq termes. En revanche, si nous retenons la *décomposition primaire* **(DP_{31})**, nous aboutissons à une expression en quatre quantièmes, inverses de nombres pairs. En ce sens, nous pouvons penser que cette dernière procédure pourrait s'imposer. Le rejet du quantième 1/16 se fait ici sentir.

Bibliographie

Abdulaziz, 2008, On the Egyptian method of decomposing 2/*n* into fractions, p. 3.
British Museum, 1898, *Facsimile of the Rhind Mathematical Papyrus*, pl. VI-VII.
Bruckheimer, Salomon, 1977, Some comments on R. J. Gillings' analysis of the 2/n table in the Rhind Papyrus, p. 450.
Cantor, 1907, *Vorlesungen über die Geschichte der Mathematik*, p. 66.
Chace, Manning, 1927, *The Rhind Mathematical Papyrus*, p. 59.
Chace, Bull, Manning, 1929, *The Rhind Mathematical Papyrus*, ph. VIII, pl. 31.
Chace, 1979, *The Rhind Mathematical Papyrus*, p. 32.
Clagett, 1999, *Ancient Egyptian Science*, pp. 132, 341.
Eisenlohr, 1877 (1999), *Ein mathematisches Handbuch der alten Ägypter*, p. 45, pl. VIII.
Gillain, 1927, *La science égyptienne*, pp. 155-156.
Gillings, 1972 (1982), *Mathematics in the time of the pharaohs*, p. 68.
Griffith, 1894, The Rhind Mathematical Papyrus, p. 208, pl. 2.
Knorr, 1982, Techniques of Fractions in Ancient Egypt and Greece, p. 166.
Loria, 1892, Congetture e ricerche sull' aritmetica degli antichi Egiziani, pp. 100, 102.
Peet, 1923, *The Rhind Mathematical Papyrus*, p. 46, pl. D-E.
Reineke, 1964, *Die Mathematischen Texte der alten Ägypter,* I_{46}, p. 90.
Robins, Shute, 1987, *The Rhind mathematical papyrus*, pl. 7.
Tannery, 1884, Questions héroniennes, p. 335.

Vogel, 1929, Die Grundlagen der ägyptischen Arithmetik, p. 127.